

根据**义务教育教科书**编写



QICAI KETANG

七彩课堂

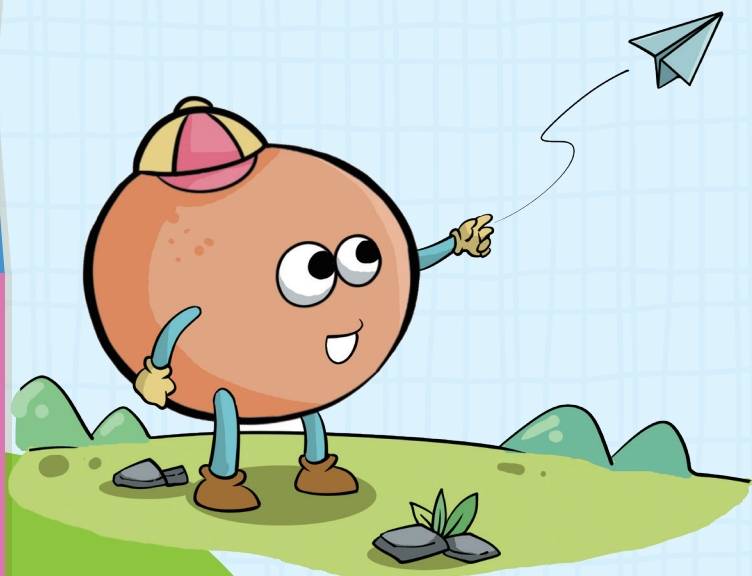


主编 朱五书

数学

人教版

六年级**下**册



河北教育出版社

* 形象介绍 *

雪梨女：小甜甜

甜美可爱热心肠，
喜欢助人小雷锋。



橘子男：阿木

老实单纯，好奇心强。
总爱问个为什么。



芒果男：小猛

爱动爱闹，爱开玩笑，
不折不扣的乐天派。



酷哥狗：酷哥

爱创新，爱发明，追
求完美的小男生。



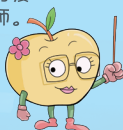
苹果女：小美

聪明又漂亮，新潮又
时尚，超级化妆师。



果果老师

严肃认真，可爱
可亲的好老师。



菠萝男：大菠萝

兴趣广，创意多，
未来的艺术家。



书博士

头脑聪明反应快，
帮助学生解难题。



苹果男：阿诺

性格随和，学习优秀，
人称“吉他小王子”。



小学数学同步训练

扫描下方二维码即可获得

趣味数学课程：

看动画课程，听专题讲解，巩固数学知识

名师1对1辅导：

不懂就问，及时解决学习中遇到的问题

更可领取免费数学学习资料

另外，本书读者还可以获得以下服务：

- ★帮助你提升成绩的学习方法
- ★带领你巩固基础知识的测试题
- ★小学教育信息资讯
- ★对本年级学习有帮助的好书



微信扫码
领取以上服务



扫码关注获得
更多教学资源



知识大讲堂



慧眼避误区



名师讲奥数



考试加油站

《七彩课堂》系列丛书多年来得到了广大读者的支持与厚爱，欢迎老师、家长和学生通过电话、写信等方式和我们联系，提出宝贵建议。我们将不断开拓创新，为广大读者服务。

读者服务热线：0311-66538208转708

地址：河北省石家庄市裕华区建设南大街235号金如意商务大厦16层 邮编：050024

根据**义务教育教科书**编写

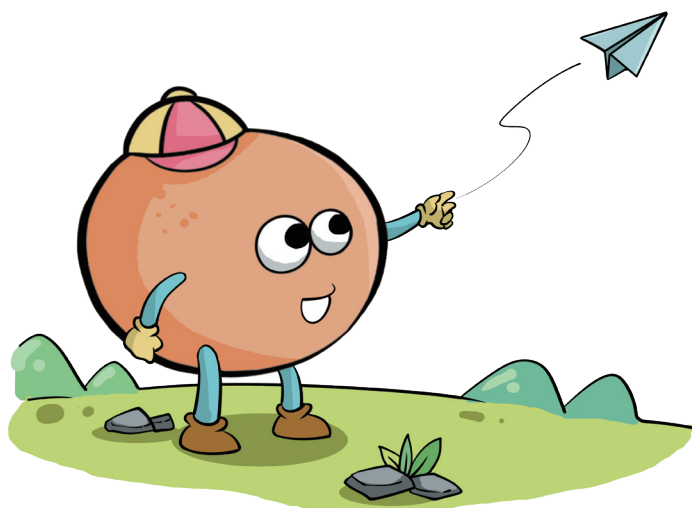


QICAI KETANG

七彩课堂



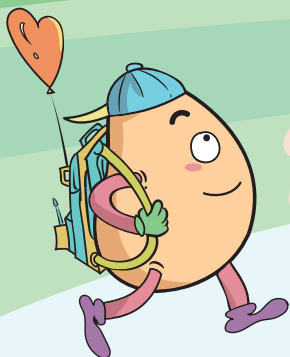
主 编 朱五书
编 者 胡红宇 秦晓丽
赵玉兰 祝风云



数学

人 教 版
六年级 **下** 册

河北教育出版社



使用说明

精彩在握

1

知识盘点



知识大讲堂

知识盘点:

扫码即学,
名师讲解,
详细透彻。

知识点 用百分数知识解决实际问题(难点)

► **情境导入** (教材第 12 页例 5)

某品牌的裙子搞促销活动,在 A 商场打五折销售,在 B 商场按“每满 100 元减 50 元”的方式销售。妈妈要买一条标价 230 元的这种品牌的裙子。

(1) 在 A、B 两个商场买,各应付多少钱? (2) 选择哪个商场更省钱?

► **讲解过程**

1. 阅读与理解。

通过阅读给出的问题情境得出下列信息:

易错举例: 易错环节的归纳与梳理,深入分析易错的原因,总结避免错误的方法。

2

易错举例

易错举例

易错点 解决打折问题时,分不清原价、现价、折扣之间的关系。

► **例** 家电商场春节促销,冰箱一律八五折出售。小玲的妈妈买了一台标价为 4000 元的冰箱,节省了多少钱?

规范解答 $4000 - 4000 \times 85\% = 600$ (元) 或 $4000 \times (1 - 85\%) = 600$ (元)

答:节省了 600 元。

思路分析 题目中的“八五折”表示现在的价格是原来价格的 85%,要求节省的钱数,应该用原价减去现价,列式为 $4000 - 4000 \times 85\%$ 或 $4000 \times (1 - 85\%)$ 。



慧眼避误区

典题精讲: 针对教材中较难习题及知识的拓展点,做到难解之处必解,疑点之处必答,拓展之处必讲。

3

典题精讲

运用方程法、对应法解答已知折扣和优惠的钱数求原价类问题。

► **例** 书店的图书凭优惠卡可打八折,小明用优惠卡买了一套书,省了 9.6 元。这套书原价多少钱? (教材第 13 页第 3 题)

分析 方法一:八折对应的单位“1”是原价,是未知量,可以设这套书原价 x 元,找到等量关系“原价一折扣=优惠的钱数”,根据数量关系列方程 $x - 80\%x = 9.6$,解之即可。

方法二:“省了 9.6 元”是打折后现价比原价少花的钱数,“八折”表示现价是原价的 80%,也就是说现价比原价少 $(1 - 80\%)$,用 9.6 元除以对应的分率 $(1 - 80\%)$ 就是原价,列式为 $9.6 \div (1 - 80\%)$ 。

方程法对应法

解答此类问题的关键:明确优惠的钱数和对应的百分量关系式:优惠的钱数 \div 对应率 $(1 - \text{折扣}) = \text{原价}$ 。

小提示

分率对应的量 \div 分率 = 单位“1”的量

小提示:

指出错误的

学习习惯、学习方法,
提出修改错误的建议。

素养能力提升：趣味性、知识性、拓展性、导向性。

4

素养能力提升

素养能力提升

例 某书第一次出版时售价比定价降低了 10%，第二次出版时增加了篇幅，比上次售价提高 10% 出售，售价为 9.9 元。第一次出版时每本的定价是多少元？

分析 ▶ 运用倒推法，先根据“比上次售价提高 10% 出售”，求出 9.9 元对应的分率是 $(1+10\%)$ ，进而求出第一次出版时的售价， $9.9 \div (1+10\%) = 9$ (元)，再根据“第一次出版时售价比定价降低了 10%”求出第一次出版时的定价， $9 \div (1-10\%) = 10$ (元)。

解答 ▶ $9.9 \div (1+10\%) \div (1-10\%) = 10$ (元)
答：第一次出版时每本的定价是 10 元。



名师讲奥数 1

方法宝盒

解决此题的关键是从给出的已知条件出发，先求出中间量，再解决所求问题。

举一反三：深刻领会相应知识点，提高解题能力，触类旁通，培养思维的灵活性和深刻性。

5

举一反三

举一反三做一做

商场对某品牌电视机打九折后再提价一成，现在的售价是 990 元，原来的售价是多少元？

智慧小锦囊：提取再现——知识梳理——建构知识网络，将分散的知识系统整理，内化为学生的技能。

6

智慧小锦囊



知识清单：

全面列出本单元的知识点，方便学生进行知识回顾。

名师点拨：

知识和技能有机结合，构建完善的知识网络。



《七彩课堂》专家顾问

学海无涯 精心指导 七彩人生 引领航向

► 张在军

全国著名语文特级教师，中小学生阅读教育研究专家。从事中小学语文教学、研究工作 30 年，著书多部，其中 9 种获全国优秀教育成果一等奖。

► 王 飞

河北承德平泉市教研室副主任，小学语文教研员，承德市教学名师、承德市教学标兵、承德市拔尖人才、承德市十大杰出青年，省“一师一优课、一课一名师”活动“优课”评审专家库专家。

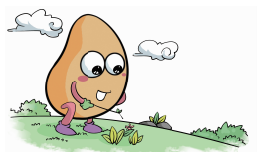
► 李晓冰

石家庄市北苑小学校长兼书记，中学高级教师，河北省新世纪“三三三人才工程”第三层次人选，石家庄市有突出贡献的中青年专家，石家庄市青年拔尖人才。

► 钱守旺

北京市朝阳区教育研究中心课程室负责人，全国著名特级教师，动感课堂的倡导者和实践者。





目录

一 负数	(1)
第1节 生活中的负数	(2)
第2节 在直线上表示数	(6)
第一单元核心考点归纳	(8)
第一单元演练	(9)



二 百分数(二)	(11)
第1节 折扣和成数	(12)
第2节 税率和利率	(17)
第3节 用百分数知识解决问题	(21)
★ 生活与百分数	(23)
第二单元核心考点归纳	(26)
第二单元演练	(27)



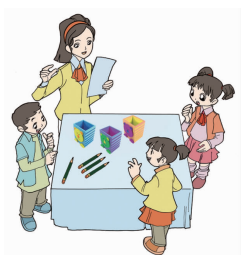
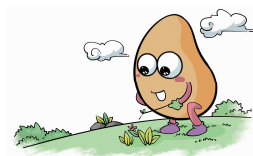
三 圆柱与圆锥	(29)
1 圆柱	(30)
第1节 圆柱的认识	(30)
第2节 圆柱的表面积	(34)
第3节 圆柱的体积	(37)
2 圆锥	(41)
第1节 圆锥的认识	(41)
第2节 圆锥的体积	(43)
第三单元核心考点归纳	(47)
第三单元演练	(49)



四 比例	(51)
1 比例的意义和基本性质 ..	(52)
第1节 比例的意义和基本性质	(52)
第2节 解比例	(55)
2 正比例和反比例	(58)
第1节 正比例	(58)
第2节 反比例	(61)
3 比例的应用	(64)
第1节 比例尺	(64)
第2节 比例尺的应用	(67)
第3节 图形的放大与缩小 ..	(71)
第4节 用比例解决问题	(74)
★ 自行车里的数学	(77)
第四单元核心考点归纳	(80)
第四单元演练	(82)



五 数学广角——鸽巢问题	(84)
鸽巢问题	(85)
第五单元核心考点归纳	(89)
第五单元演练	(90)



期中测试 (91)

六 整理和复习 (94)

1 数与代数 (94)

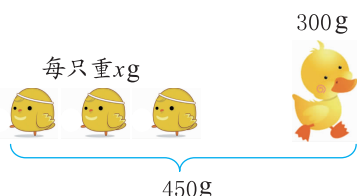
第1节 数的认识 (95)

第2节 数的运算 (102)

第3节 式与方程 (109)

第4节 比和比例 (113)

数与代数专项演练 (117)



2 图形与几何 (119)

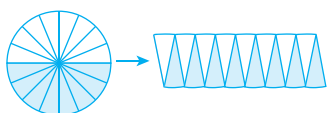
第1节 图形的认识与测量
(平面图形) (120)

第2节 图形的认识与测量
(立体图形) (128)

第3节 图形的运动 (132)

第4节 图形与位置 (135)

图形与几何专项演练 (137)

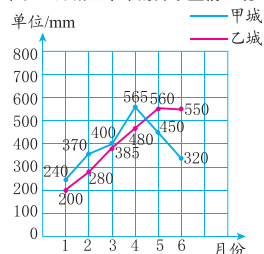


3 统计与概率 (140)

统计与概率 (141)

统计与概率专项演练 (144)

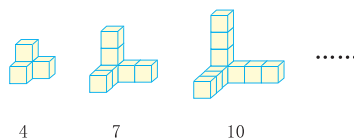
甲、乙两城上半年的降水量情况统计图



4 数学思考 (147)

数学思考 (148)

数学思考专项演练 (151)



5 综合与实践 (152)

第1节 绿色出行 (153)

第2节 北京五日游 (156)

第3节 邮票中的数学问题
..... (157)

第4节 有趣的平衡 (160)

综合与实践专项演练 (161)



期末测试 (162)

毕业会考模拟卷(A卷) (165)

毕业会考模拟卷(B卷) (168)

本书习题参考答案 (172)

教材习题参考答案 (181)



一 负 数

负数

知识技能

1. 结合生活情境认识负数，了解负数的含义，能正确地用正、负数表示温度。初步感知用正、负数可以表示相反意义的两个量

2. 能正确地读写正、负数。读负数时，先读“负”，再读数。写正数时，正数前面的“+”可以省略不写。知道0既不是正数也不是负数

3. 进一步理解用正、负数可以表示具有相反意义的两个量，能用直线上的点表示正数、0和负数，并会比较正数、负数和0的大小

数学思考

1. 结合具体生活情境理解负数的意义，体会引入负数的学习是为了区分具有相反意义的两个量

2. 理解在直线上(向右为正方向)0右边的数是正数，左边的数是负数，完善数轴模型，体会数形结合思想、分类讨论思想和一一对应思想，知道有正数和负数的直线可以表示距离和相反的方向

问题解决

1. 能用正、负数表示简单实际问题中具有相反意义的两个量

2. 能用直线上的点表示正数、0和负数，试着运用数形结合思想、分类讨论思想、一一对应思想解决实际问题

情感态度

体验数学和生活的密切联系，激发学习数学的兴趣，培养分析问题、发现问题和解决问题的能力，体验成功解决问题后的喜悦





第1节 生活中的负数

目标点击

1. 在熟悉的现实生活情境中,初步认识负数,理解正、负数的意义,能正确读写正、负数。(重点)
2. 能用正、负数表示生活中具有相反意义的两个量。(难点)
3. 知道0既不是正数,也不是负数,明确数可以分成正数、0和负数,体会分类讨论思想。(难点)
4. 初步学会用正、负数解决生活中的实际问题,体会学习负数的必要性和数学与生活的密切联系。

知识盘点

知识点一 初步认识正、负数(重点)

情境导入(教材第2页例1)

下面是中央气象台2012年1月21日下午发布的六个城市的气温预报(2012年1月21日20时—2012年1月22日20时)。



哈尔滨 $-27^{\circ}\text{C} \sim -19^{\circ}\text{C}$



北京 $-12^{\circ}\text{C} \sim -4^{\circ}\text{C}$



上海 $1^{\circ}\text{C} \sim 4^{\circ}\text{C}$



武汉 $-3^{\circ}\text{C} \sim 2^{\circ}\text{C}$



长沙 $0^{\circ}\text{C} \sim 3^{\circ}\text{C}$



海口 $20^{\circ}\text{C} \sim 23^{\circ}\text{C}$

(1)观察上图,你能发现什么?



0°C 表示什么意思?

-3°C 和 3°C 各表示什么意思?



(2)根据上图中的信息填写下表,并说一说各数表示的意思。

城市	北京	哈尔滨	上海	武汉	长沙	海口
最高气温/ $^{\circ}\text{C}$						
最低气温/ $^{\circ}\text{C}$						

讲解过程

1. 解析图意:图中呈现的是六个城市2012年1月21日20时—2012年1月22日20时的气温预报。通过看图可知,各城市的气温预报都有两个温度,中间用“ \sim ”隔开,它左边的温度表示这段时间内的最低气温,右边的温度表示这段时间内的最高气温。例如,“ $-27^{\circ}\text{C} \sim -19^{\circ}\text{C}$ ”表示哈尔滨在2012年1月21日20时—2012年1月22日20时这段时间内的最低气温是 -27°C ,最高气温是 -19°C 。

2. 认识 0°C 。

“ $^{\circ}\text{C}$ ”是计量温度所用的单位,读作“摄氏度”。 0°C 表示1个标准大气压下淡水开始结冰的温度。

3. 认识 3°C 、 -3°C 。

(1)比 0°C 高的温度是零上温度,比 0°C 低的温度是零下温度, 0°C 是零上温度和零下温度的分界点。



知识大讲堂 1



(2)表示零下温度时,通常在数字前加“—”(负号);表示零上温度时,可在数字前加“+”(正号),也可省略不写。例如,零上3摄氏度可以表示为 3°C ,读作三摄氏度,也可以表示为 $+3^{\circ}\text{C}$,读作正三摄氏度;零下3摄氏度,表示为 -3°C ,读作负三摄氏度。

(3)零上3摄氏度和零下3摄氏度是一组相反意义的量。

4. 规范解答。

(1)我发现每个城市的气温都有最高气温和最低气温。 0°C 表示在1个标准大气压下淡水开始结冰的温度。 -3°C 表示零下3摄氏度, 3°C 表示零上3摄氏度。

(2)填表如下。

城市	北京	哈尔滨	上海	武汉	长沙	海口
最高气温/ $^{\circ}\text{C}$	-4	-19	4	2	3	23
最低气温/ $^{\circ}\text{C}$	-12	-27	1	-3	0	20

北京: -4°C 表示零下4摄氏度, -12°C 表示零下12摄氏度。

哈尔滨: -19°C 表示零下19摄氏度, -27°C 表示零下27摄氏度。

上海: 4°C 表示零上4摄氏度, 1°C 表示零上1摄氏度。

武汉: 2°C 表示零上2摄氏度, -3°C 表示零下3摄氏度。

长沙: 3°C 表示零上3摄氏度, 0°C 表示0摄氏度。

海口: 23°C 表示零上23摄氏度, 20°C 表示零上20摄氏度。

归纳总结

- 0°C 是零上温度和零下温度的分界点,零上温度和零下温度是两种相反意义的量。
- 表示零下温度时,要在数字的前面加上“—”;表示零上温度时,可以在数字的前面加上“+”,也可以省略不写。

知识点二 正、负数的意义和读写(难点)

情境导入(教材第3页例2)

见右图。

讲解过程

1. 理解题意。

右面是存折的明细图。第一栏是存钱或取钱的日期,第三栏是支出或存入的金额,支出金额的前面添加“—”表示支出,存入金额的前面没有符号。

2. 理解表中数的意义。

(1)2000.00表示2012年1月5日存入银行2000元; -500.00 表示2012年1月26日支出500元; -132.00 表示2012年2月18日支出132元;500.00表示2012年2月21日存入银行500元。

(2)支出500元和存入500元是一组相反意义的量,为了区别记录,需要用两种不同的数来表示。表示支出500元时,要在这个数的前面添加“—”,如“ -500 ”;表示存入500元时,可以在数的前面添加“+”,也可以省略不写,如“ $+500$ ”或“500”。

3. 正、负数的意义和读、写法。

(1)正、负数的意义:为了表示两种相反意义的量,如零上温度和零下温度、收入与支出等,需

日期	摘要	支出(-)	存入(+)	余额	网点	操作
31 20120105			2000.00			
32 20120126			-500.00			
33 20120218			-132.00			
34 20120221			500.00			
35						
36						
37						
38						
39						
40						



这些数各表示什么?



知识大讲堂2



要用两种数。一种是我们以前学过的数,如 3、500、4.7、 $\frac{3}{8}$ 等,这些数都是正数;另一种是在这些数的前面添上负号“-”的数,如-3、-500、-4.7、 $-\frac{3}{8}$ 等,这些数都是负数。

(2)正数的读、写法:读正数时,带“+”的一定要读出“正”字,省略“+”的不需要读出“正”字,如+2000 读作正二千。写正数时,前面的“+”可以省略不写,如+2000 可以写作 2000。

(3)负数的读、写法:读负数时,先读“负”,再读数,如-500 读作负五百。写负数时,符号“-”不能省略,如负二百写作-200。

(4)0 的特殊性和数的分类:0 既不是正数,也不是负数,它是正数与负数的分界点。

目前我们学过的数可以分为正数、0 和负数。

4. 规范解答。

表中 2000.00 表示 2012 年 1 月 5 日存入银行 2000 元;-500.00 表示 2012 年 1 月 26 日支出 500 元,-132.00 表示 2012 年 2 月 18 日支出 132 元;500.00 表示 2012 年 2 月 21 日存入银行 500 元。

归纳总结

1. 像 3、500、4.7、 $\frac{3}{8}$ 等都是正数;像-3、-500、-4.7、 $-\frac{3}{8}$ 等都是负数。
2. 写正数时,数前面的“+”可以省略不写,“+”读作正;写负数时,数前面的“-”不能省略,“-”读作负。



思想方法

把数分成正数、0 和负数,这体现了数学中的分类思想。

易错举例

易错点 误认为一个数不是正数就是负数,忽略了 0。

例 判断:一个数,如果不是正数,就一定是负数。(×)

思路分析▶因为 0 既不是正数,也不是负数,是正数和负数的分界点,所以一个数不是负数,它可能是正数,也可能是 0;一个数不是正数,它可能是负数,也可能是 0。



慧眼避误区 1

典题精讲

比较两个零下温度高低的方法。

例 温度越低就越冷,-3℃与-18℃哪个温度低?(教材第 4 页做一做第 1 题)



北京现在是零下 3 摄氏度。



哈尔滨现在是零下 18 摄氏度。

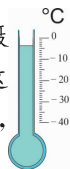
方法宝盒

比较两个零下温度时,先看“-”后面的数,数越大,温度越低;数越小,温度越高。

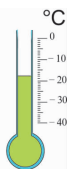
分析▶-3℃表示零下 3 摄氏度,与 0℃相差 3 摄氏度,-18℃表示零下 18 摄氏度,与 0℃相差 18 摄氏度,比较零下温度时,与 0 摄氏度相差的温度数越大,这个温度就越低,得出-18℃比-3℃温度低。也可以借助温度计来比较,如右图,-18℃比-3℃温度低。

解答▶-3℃与-18℃相比,-18℃温度低。

答:-18℃温度低。



-3℃



-18℃



变式练一练

通常我们规定海平面的海拔高度是 0m , 低于海平面的为负。A 地低于海平面 155m , B 地低于海平面 300m 。A、B 两地哪个海拔高? 高多少米?

素养能力提升

例 小虎家上半年的用水情况: 1 月份 5t , 2 月份 10t , 3 月份 6t , 4 月份 5t , 5 月份 6t , 6 月份 10t 。

(1) 算出小虎家上半年平均每月的用水量。

(2) 如果把平均每月的用水量作为标准, 超过平均用水量的部分用正数表示, 不足平均用水量的部分用负数表示, 请把表格填写完整。

月份	1	2	3	4	5	6
用水量/t						

分析

求出平均每月的用水量

求各月用水量与平均每月用水量的差

比平均每月用水量多的部分记为正数, 少的部分记为负数

解答 (1) $(5+10+6+5+6+10) \div 6 = 7(\text{t})$

答: 小虎家上半年平均每月的用水量是 7t 。

(2) $-2 \quad +3 \quad -1 \quad -2 \quad -1 \quad +3$

方法宝盒

先求出上半年每月用水量的平均数, 再求出各月用水量与平均数的差, 最后确定数前面的符号。

举一反三做一做

某学校在世界读书日(每年 4 月 23 日)所在的周开展“读书周”活动, 下面是活动期间学生借阅图书情况统计表。(超过 100 册的部分记为正数, 少于 100 册的部分记为负数)

(1) 分别算出周一至周五每天各借出图书多少册?

周一	周二	周三	周四	周五
+49	0	-4	-28	8

(2) 平均每天借出图书多少册?



微信扫码, 立即获取

★ 数学知识专题讲解

★ 名师 1 对 1 在线辅导

更有学习资料可以领取



第2节 在直线上表示数

目标点击

1. 结合具体情境,学会在直线上表示正数、0 和负数,体会数形结合思想。(重点)
2. 理解直线上的点与数的一一对应关系,体会数学与生活的密切联系,培养运用数学知识解决生活中具有相反意义的量的实际问题。(难点)
3. 能用正、负数的知识解决生活中具有相反意义的量的实际问题。(难点)
4. 体会数学与生活的密切联系,培养运用数学知识的意识。

知识盘点

知识点 借助直线表示正数、负数和0(重点)

情境导入(教材第5页例3)



知识大讲堂 3



上图中的四个同学以大树为起点,分别向东、西两个相反的方向走。如何在一条直线上表示他们行走的距离和方向呢?

讲解过程

1. 阅读与理解。

上图给出的信息可以用下面的表格呈现出来:

已知信息		所求问题
四人运动的起点	以大树为起点	如何在一条直线上表示出四人行走的距离和方向
运动的方向	东、西两个相反的方向 小红、小明←大树→小丽、小东	
运动的距离	小丽向东走2m,小东向东走4m 小明向西走2m,小红向西走4m	

2. 分析与解答。

两人向东走,两人向西走,走的方向正好相反,向东和向西是一组具有相反意义的量,可以用正、负数来表示。

(1)用直线上的点表示0和正、负数。

①先画一条直线,再在任意位置画一个点,代表这棵大树,用0表示。

②以大树为起点,规定向右的方向为东,向左的方向为西,以向东为正,那么向西就为负。

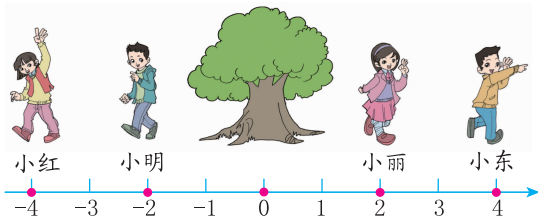
③规定1个单位长度表示1m。

(2)用正、负数描述同学和大树的相对位置关系。

以大树为起点,向右为正,向左为负。小红向西走4m,是从大树(直线上的0)开始向左走4个



单位长度,到达 -4 处;小明向西走 2m ,是从大树(直线上的 0)开始向左走 2 个单位长度,到达 -2 处;同理,小丽和小东分别向东走 2m 和 4m ,是从大树(直线上的 0)开始分别向右走 2 个和 4 个单位长度,分别到达 2 处和 4 处,如下图:



小提示

直线规定了起点、正方向和单位长度。

据图我们可以发现,把大树所在位置记作 0 ,向右走 4m 记作 $+4\text{m}$,向右走 2m 记作 $+2\text{m}$;向左走 2m 记作 -2m ,向左走 4m 记作 -4m 。

3. 回顾与反思。

- (1)用直线上的点表示数时,要确定好 0 的位置,一般规定向右的方向为正。
- (2)正数、负数和 0 都可以用直线上的点表示出来。
- (3)用有正数和负数的直线可以表示距离和相反的方向。

4. 拓展探究。

在直线上表示出 -1.5 。如果你想从起点到 -1.5 处,应如何运动?

分析与解答:如下图,以大树为起点,表示 -1.5 的点位于 0 的左侧,正好在 -1 和 -2 的中间,所以,如果从大树(起点)出发,要到达 -1.5 处,需要向西走 1.5m 。



归纳总结

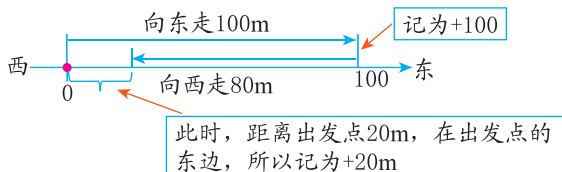
1. 正数、负数和 0 都可以用直线上的点表示出来,直线上的每一个点都与一个数相对应。
2. 在直线上(向右为正方向), 0 右边的数都是正数, 0 左边的数都是负数。
3. 用有正数和负数的直线可以表示距离和相反的方向。

易错举例

易错点 误认为只要向相反的方向运动,就一定用负数表示。

例 填空:小明从某一位置出发,先向东走 100m ,表示为 $+100\text{m}$,再沿着原路向西走 80m ,小明此时的位置表示为 $(+20)\text{m}$ 。

思路分析▶我们可以用画图法来解决这个问题。



不要混淆运动的方向、距离与最终位置的关系。

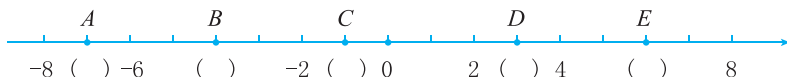


慧眼避误区 2

典题精讲

解答在直线上填数的问题。

例 写出点 A 、 B 、 C 、 D 、 E 表示的数。(教材第6页第4题)



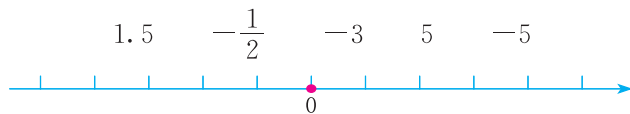


分析▶从直线上可以看出,直线上的数按照从左往右的顺序依次变大,每个单位长度表示1,所以根据直线上的已知数可以填出直线上的未知数。

解答▶-7 -4 -1 3 6

变式练一练

在直线上表示出下列各数。



方法宝盒

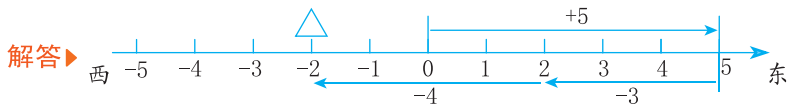
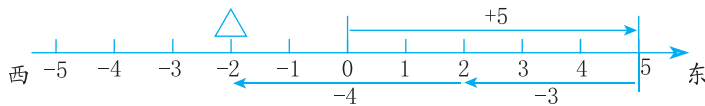
用直线上的点表示数时,每个单位长度表示的数值是相同的。

素养能力提升

例 小明骑着共享单车,从医院大门口出发,先向东骑行了5km,记作+5km。2分钟后,又向西骑行了3km,接着向西又骑行了4km,此时共享单车在出发点什么方向?距离出发点有多远?在直线上用△表示出来。(每个单位长度表示1km)



分析▶可以采用图示法来解答。如下图,把医院大门口所在位置记作0,向东骑行5km,记为+5km,那么向西共骑行了 $3+4=7$ (km),可记为-7km, $7>5$, $7-5=2$ (km),所以此时小明在出发点的西边,距离出发点2km。



解答▶

答:此时共享单车在出发点的西边,距离出发点2km。

举一反三做一做

一个点从直线上某点出发,先向右移动5个单位长度,再向左移动3个单位长度,此时这个点表示的数为1,则起点表示的数是多少?请你用图表示出来。



思想方法

用画线段图或直观图的方法把题目中的数量关系表示出来的方法称为图示法。

方法宝盒

先根据给出的已知信息画出示意图,再结合已知条件进行综合分析,最后得出结论。

第一单元核心考点归纳

智慧小锦囊

意义: 表示两种相反意义的量

0既不是正数,也不是负数

读写: 写负数时,不要漏掉前面的“-”

正、负数的意义和读写

负数

借助直线上的点表示数

用有正数和负数的直线可以表示距离和相反的方向

数与直线上的点一一对应



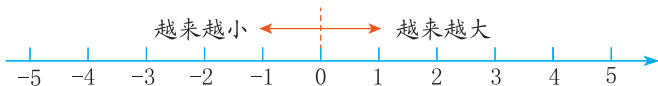
核心考点

考点1 运用观察比较法来找出比较正、负数的大小的规律

例1 比较下面各组数的大小。

$$0 \bigcirc 4 \quad 3 \bigcirc -3 \quad -\frac{1}{3} \bigcirc -\frac{1}{6} \quad 0 \bigcirc -4 \quad -2 \bigcirc -8 \quad -7 \bigcirc 1.25$$

分析



由上图可以看出：正数都大于0；负数都小于0；正数大于负数；负数与负数比较，负号后面的数越大，这个负数反而越小，由此比较即可。

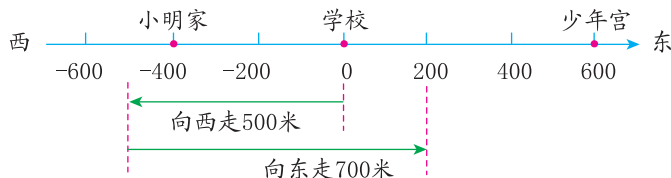
解答 $0 < 4 \quad 3 > -3 \quad -\frac{1}{3} < -\frac{1}{6} \quad 0 > -4 \quad -2 > -8 \quad -7 < 1.25$

考点2 用正、负数表示事物的变化

例2 如图所示，小明家、学校和少年宫在同一条直线上，向东记为正。小明家在学校的西面400米处，少年宫在学校的东面600米处。如果小明从学校出发，先向西走500米，再向东走700米，这时小明在少年宫的东面还是西面？距离少年宫有多远？



分析 把学校对应的位置记为起点“0”，规定向东为正，则向西为负。小明的运动过程如图所示。



解答 小明从学校出发，先向西走500米，再向东走700米，这时小明在学校的东面200米处，所以小明在少年宫的西面，距离少年宫 $600 - 200 = 400$ (米)。

方法宝盒

掌握正数、0、负数之间的大小关系，即正数和0大于负数，负数与负数比较，负号后面的数越大，这个负数反而越小。

方法宝盒

“先向西走500米，再向东走700米，”相当于从学校出发向东走了200米。运用正、负数的意义解决问题时，可以画示意图帮助我们理解题意。

第一单元演练

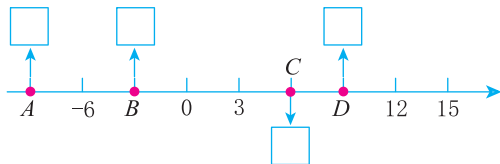
(时间:60分钟 分数:_____)

一、填空题。(15分)

- 0 既不是(),也不是(),据此可把数分为()、()、()。
- 2.7 读作(), $-\frac{1}{2}$ 读作()。
- 如果规定身高 140cm 记为 0cm,那么 142cm 应记为(), 135cm 应记为()。
- 在直线上,如果规定向右为正方向,那么

从表示 0 的点向右移动 3 个单位长度到 A 点, A 点表示的数是();从表示 0 的点向左移动 6 个单位长度到 B 点, B 点表示的数是()。

- 把直线上的点表示的数写在方框里。

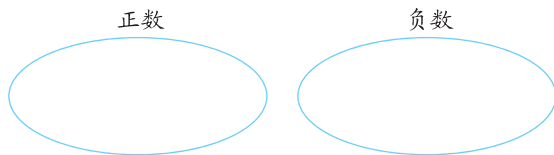
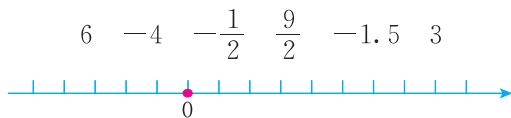


**二、选择题。(12分)**

- 如果某商店盈利800元,记作+800元,那么亏损100元,应记作()元。
A. +100 B. -100 C. 无法表示
- 如果+5分表示比平均分高5分,那么-9分表示()。
A. 比平均分低9分
B. 比平均分高9分
C. 和平均分相等
- 如果顺时针旋转 60° ,记作 -60° ,那么逆时针旋转 45° ,应记作()。
A. 45° B. -45° C. 无法表示
- 负数与正数比较,下面说法正确的是()。
A. 负数比正数大
B. 负数比正数小
C. 无法比较
- 一种饼干包装袋上标着:净重 (150 ± 5) g,表示这种饼干标准的质量是150g,实际每袋最少不少于()g。
A. 155 B. 150 C. 145
- 在直线上(向右为正方向), $-\frac{1}{2}$ 在 $-\frac{1}{8}$ 的()边。
A. 左 B. 右 C. 上

三、分一分,填一填。(16分)

-3 +4 8 0 -21 +991 -12.6 $-\frac{1}{9}$

**四、在直线上表示下列各数。(12分)****五、解决问题。(45分)**

- 下面是小红家2020年9月份收入和支出的记录表,试着描述小红家各项收入和支

出的情况。(7分)

日期	项目	收支
9月4日	父母领取工资	+6300元
9月5日	妈妈买自行车	-350元
9月16日	爸爸获得稿费	+800元
9月25日	缴水、电、煤气、电话费	-380元
9月30日	购买食品等	-1120元

- 体检时测得6名同学的体重分别是32kg、33kg、37kg、36kg、34kg、38kg。(14分)

(1)他们的平均体重是多少千克?

(2)将平均体重记为0kg,超过的部分记为正数,不足的部分记为负数,你能用正、负数表示每名同学的体重吗?

体重/kg	32	33	37	36	34	38
用正、负数表示						

- 小明和爸爸到质检处,看到质检单上要求钢管的直径为 (50 ± 0.02) mm。(14分)

(1)说说 (50 ± 0.02) mm的含义。

(2)爸爸随机抽取了一根钢管,量得它的直径是50.2mm。它合格吗?为什么?

- 一个点从直线上某点出发,先向右移动6个单位长度,再向左移动2个单位长度,这时的点表示的数是2,你知道起点表示的数是多少吗?(10分)



二 百分数(二)

百分数(二)

知识技能

1. 知道折扣的含义,理解几折表示十分之几,也就是百分之几十;掌握折扣的计算方法:折扣=现价÷原价
2. 知道成数的含义,理解成数表示一个数是另一个数的十分之几,也就是百分之几十,并会进行成数和百分数的互化
3. 了解纳税和应纳税额、储蓄和利率的含义,掌握应纳税额的计算方法:应纳税额=各种收入中应纳税部分×税率
4. 知道本金、利息、利率的含义,掌握利息的计算方法:利息=本金×利率×时间

数学思考

1. 通过具体的情境理解折扣、成数、税率和利息的含义,明确折扣、成数与百分数之间的关系
2. 在解决与折扣、成数、税率和利率有关的实际问题时,明确这些实际问题与百分数实际问题之间的联系,能进行有条理的思考

问题解决

1. 学会选择合理的方法解决与折扣、成数、税率、利率等有关的百分数实际问题
2. 经历探究解决稍复杂的促销购物问题的最优方案的过程,提高分析问题和解决问题的能力

情感态度

体会数学与实际生活的联系,感受数学知识和方法的应用价值,培养运用意识,获得成功的体验,增强学习数学的兴趣和信心





第1节 折扣和成数

目标点击

1. 借助生活情境,理解折扣的含义,掌握折扣的计算方法。(重点)
2. 借助生活情境,理解成数的含义,会进行成数与百分数的互化。(难点)
3. 能运用折扣、成数和百分数的知识解决问题,提高解决问题的能力。(难点)
4. 体会折扣和成数在生活中的应用,增强学习数学的兴趣和信心。

知识盘点

知识点一 认识折扣(重点)

情境导入(教材第8页情景图)



讲解过程

1. 理解图意:爸爸和小雨去百货商城购物,广告横幅上写着“店庆5周年,电器九折,其余商品八五折”,小雨对其中的“八五折”很好奇,提出一个问题:“什么叫做‘八五折’?”
2. 明确折扣的含义:为了吸引顾客,促进消费,商店有时降价出售商品,叫做打折扣销售,俗称“打折”。
3. 理解九折和八五折的意义:几折表示十分之几,也就是百分之几十。打“九折”就是按原价的90%出售,打“八五折”就是按原价的85%出售。

归纳总结

几折表示十分之几,也就是百分之几十。打“九折”就是按原价的90%出售,打“八五折”就是按原价的85%出售。

知识点二 解决与折扣有关的问题(重难点)

情境导入(教材第8页例1)

(1)爸爸给小雨买了一辆自行车,原价180元,现在商店打八五折出售。买这辆车用了多少钱?

(2)爸爸买了一个随身听,原价160元,现在只花了九折的钱,比原价便宜了多少钱?

讲解过程

1. 解决问题(1)。

(1)理解题意:已知自行车的原价是180元,现在打八五折出售,所求的问题是买这辆车用了多少钱。

(2)分析与思考:打八五折出售,意思就是现在商品的价格是原价的85%。求买这辆自行车用了多少钱,就是求原价180元的85%是多少,求一个数的百分之几是多少,用乘法计算,列式为



知识大讲堂 4



$$180 \times 85\%$$

(3)规范解答。

$$180 \times 85\% = 153(\text{元})$$

答:买这辆车用了 153 元。

2. 解决问题(2)。

(1)理解题意:原价 160 元的随身听,现在花了九折的钱买了一个,所求的问题是现价比原价便宜了多少钱,也就是少花了多少钱。

(2)分析与思考:九折就是按原价的 90% 出售,即买这个随身听所花的钱是原价的 90%。

方法一:先求现在买随身听需要多少钱,根据“现价=原价×折扣”,列式为 $160 \times 90\%$,再根据“便宜的钱数=原价-现价”,列式为 $160 - 160 \times 90\%$ 。

方法二:把原价看作单位“1”,现价是原价的 90%,也就是现价比原价便宜了 $(1 - 90\%)$,求便宜了多少钱,就是求单位“1”的 $(1 - 90\%)$ 是多少,根据“便宜的钱数=原价×(1-折扣)”,列式为 $160 \times (1 - 90\%)$ 。

(3)规范解答。

方法一:

$$\begin{aligned} &160 - 160 \times 90\% \\ &= 160 - 144 \\ &= 16(\text{元}) \end{aligned}$$

先求现价,再用原价
减去现价,简称“数
量法”

方法二:

$$\begin{aligned} &160 \times (1 - 90\%) \\ &= 160 \times 10\% \\ &= 16(\text{元}) \end{aligned}$$

先求出便宜的分率,再用
便宜的分率乘原价,简称
“分率法”

答:比原价便宜了 16 元。

3. 拓展探究。

原价、现价和折扣之间的数量关系。

已知原价和现价,求折扣:折扣=现价÷原价;

已知原价和折扣,求现价:现价=原价×折扣;

已知现价和折扣,求原价:原价=现价÷折扣。

归纳总结

解决与折扣有关的实际问题时,把折扣转化成百分数后,解题思路和方法与解答百分数问题相同。

知识点三 认识成数(重点)

情境导入(教材第 9 页)

- 报纸上写道:“今年我省油菜籽比去年增产二成。”
- 出口汽车总量比去年增加三成。
- 北京出游人数比去年增加两成。

上面提到的“二成”“三成”“两成”分别是什么意思呢?

讲解过程

1. 认识成数:在工农业生产和实际生活中,经常会使用如上面出现的“增产二成”“增加三成”等类似的词语来描述数量变化的情况,这就是我们常说的“成数”。

2. 成数的含义:成数表示一个数是另一个数的十分之几,通称“几成”。



思想方法

利用原价、现价和折扣之间的数量关系来解决问题,这体现了数学中的数量关系法。

数量关系法是把题目中已知的和未知的数量之间的关系用式子表示出来,从而得出解题思路,求出未知量的方法。

**3. 成数与百分数的互化。**

(1) 成数可以改写成百分数:几成就表示十分之几,也就是百分之几十。例如,“一成”就是十分之一,改写成百分数是 10%;“二成”就是十分之二,改写成百分数是 20%;“三成五”就是十分之三点五,改写成百分数是 35%。

(2) 百分数也能改写成成数。例如,10%就是十分之一,改写成成数是“一成”;20%就是十分之二,改写成成数是“二成”;35%就是十分之三点五,改写成成数是“三成五”。

4. 成数在实际生活中的意义:现在,“成数”已经广泛应用于表示各行各业的发展变化情况,如“今年我省油菜籽比去年增产二成”,是指今年我省油菜籽的产量比去年增加 20%,即今年我省油菜籽的产量是去年的 $(1+20\%)$;“出口汽车总量比去年增加三成”,是指今年出口汽车的总数量比去年增加 30%,即今年出口汽车的总数量是去年的 $(1+30\%)$;“北京出游人数比去年增加两成”,是指今年北京出游人数比去年增加 20%,即今年北京出游人数是去年的 $(1+20\%)$ 。

归纳总结

1. 成数表示一个数是另一个数的十分之几,通称“几成”。
2. 几成改写成百分数后就是百分之几十,几成几改写成百分数就是百分之几十几。

知识点四 解决与成数有关的百分数问题(重难点)**情境导入**(教材第 9 页例 2)

某工厂去年用电 350 万千瓦时,今年比去年节电二成五,今年用电多少万千瓦时?

讲解过程

1. 理解题意:已知工厂去年的用电量为 350 万千瓦时,今年比去年节电二成五,也就是节电 25%,问题是求今年的用电量是多少万千瓦时。

根据题意,可以画出如下的线段图:



2. 分析与思考:根据题意和线段图,我们可以得到下面的两种方法。

方法一:已知去年的用电量是 350 万千瓦时,先根据今年比去年节电 25%,求出今年节约的电量,列式为 $350 \times 25\%$,再根据“今年的用电量 = 去年的用电量 - 节约的用电量”,列式为 $350 - 350 \times 25\%$ 。

方法二:今年比去年节电 25%,即今年用电量相当于去年用电量的 $(1-25\%)$,已知去年的用电量是 350 万千瓦时,求今年的用电量是多少万千瓦时,就是求 350 的 $(1-25\%)$ 是多少,根据求一个数的百分之几是多少,用乘法计算,列式为 $350 \times (1-25\%)$ 。

3. 列式解答。

$$\begin{aligned} \text{方法一: } & 350 - 350 \times 25\% & \text{方法二: } & 350 \times (1 - 25\%) \\ & = 350 - 87.5 & & = 350 \times 75\% \\ & = 262.5 (\text{万千瓦时}) & & = 262.5 (\text{万千瓦时}) \end{aligned}$$

答:今年用电 262.5 万千瓦时。

小提示

成数和折扣的描述类似,如八成和八折,但也有不同,如三五折和三成五。



知识大讲堂 5

小提示

二成五改写成百分数是 25%。

**思想方法**

把成数问题转化为百分数问题,这体现了数学中的转化思想。



归纳总结

解决与成数有关的实际问题时,把成数转化为百分数后,解题思路和解题方法与解答百分数问题相同。

易错举例

易错点 解决打折问题时,分不清原价、现价、折扣之间的关系。

例 家电商场春节促销,冰箱一律八五折出售。小玲的妈妈买了一台标价为4000元的冰箱,节省了多少元?

规范解答 $4000 - 4000 \times 85\% = 600$ (元) 或 $4000 \times (1 - 85\%) = 600$ (元)

答:节省了600元。

思路分析 题目中的“八五折”表示现在的价格是原来价格的85%,要求节省的钱数,应该用原价减去现价,列式为 $4000 - 4000 \times 85\%$ 。还可以根据求一个数的百分之几是多少,用乘法计算,列式为 $4000 \times (1 - 85\%)$ 。



慧眼避误区 3

典题精讲

运用方程法、对应法解答已知折扣和优惠的钱数求原价类问题。

方程法 对应法

例 书店的图书凭优惠卡可打八折,小明用优惠卡买了一套书,省了9.6元。这套书原价多少钱?(教材第13页第3题)

解答此类问题的关键是要明确优惠的钱数和对应的百分率,数量关系式:优惠的钱数 \div 对应的分率 $(1 - \text{折扣}) = \text{原价}$ 。

分析 方法一:八折对应的单位“1”是原价,是未知量,可以设这套书原价 x 元,找到等量关系“原价 $-$ 折扣价 $=$ 优惠的钱数”,根据数量关系列方程 $x - 80\%x = 9.6$,解之即可。

方法二:“省了9.6元”是打折后现价比原价少花的钱数,“八折”表示现价是原价的80%,也就是说现价比原价少 $(1 - 80\%)$,用9.6元除以对应的分率 $(1 - 80\%)$ 就是原价,列式为 $9.6 \div (1 - 80\%)$ 。

解答 方法一:

解:设这套书原价 x 元。

$$x - 80\%x = 9.6$$

$$x = 48$$

答:这套书原价48元。

方法二:

$$9.6 \div (1 - 80\%) = 48(\text{元})$$



小提示

分率对应的量 \div 分率 $=$ 单位“1”的量

变式练一练 1

六一儿童节书店搞促销活动,所有书刊一律八折。小亮买了一本书,比原价少用了2.4元,这本书的原价是多少元?

把求增长的成数问题转化成百分数问题。

例 第一车间5月份生产手机5000部,6月份生产了6000部,这个车间6月份的产量比5月份增产几成?



分析►方法一:先求出6月份比5月份多生产的手机数量,列式为 $6000-5000$,再求多生产的手机数量是5月份产量的百分之几,列式为 $(6000-5000)\div 5000=20\%$,最后把这个百分数转化为成数,20%就是二成。

方法二:先求出6月份的产量占5月份产量的百分比,列式为 $6000\div 5000=120\%$,再减去1,即 $120\%-1=20\%$,最后把这个百分数转化为成数,20%就是二成。

$$\begin{array}{ll}\text{解答►方法一:} & (6000-5000)\div 5000 \\ & =1000\div 5000 \\ & =20\% \\ & =\text{二成}\end{array}\quad \begin{array}{ll}\text{方法二:} & 6000\div 5000-1 \\ & =120\%-1 \\ & =20\% \\ & =\text{二成}\end{array}$$

答:这个车间6月份的产量比5月份增产二成。

► 变式练一练 2

李叔叔家去年用电400千瓦时,今年用电量比去年减少一成,今年用电多少千瓦时?

方法宝盒

解答增长的成数问题时,可以先求出增长的百分率,再转化为成数。



小提示

增产百分之几十,就是增产几成。

素养能力提升

例 某书第一次出版时售价比定价降低了10%,第二次出版时增加了篇幅,比上次售价提高10%出售,售价为9.9元。第一次出版时每本的定价是多少元?

分析►运用倒推法,先根据“比上次售价提高10%出售”,求出9.9元对应的分率是 $(1+10\%)$,进而求出第一次出版时的售价, $9.9\div (1+10\%)=9$ (元),再根据“第一次出版时售价比定价降低了10%”求出第一次出版时的定价, $9\div (1-10\%)=10$ (元)。

解答► $9.9\div (1+10\%)\div (1-10\%)=10$ (元)

答:第一次出版时每本的定价是10元。

► 举一反三做一做

商场对某品牌电视机打九折后再提价一成,现在的售价是990元,原来的售价是多少元?



名师讲奥数1

方法宝盒

解决此题的关键是从给出的已知条件出发,先求出中间量,再解决所求问题。



微信扫码,立即获取

★数学知识专题讲解

★名师1对1在线辅导

更有学习资料可以领取



第2节 税率和利率

目标点击

1. 理解应纳税额和税率的含义,会正确计算应纳税额。(重点)
2. 理解本金、利息和利率的含义,掌握利息的计算公式。(重点)
3. 能运用已有的百分数的知识解决与纳税、储蓄有关的实际问题。(难点)
4. 初步了解依法纳税和储蓄的作用,感受数学与生活的密切联系。

知识盘点

知识点一 纳税的含义(重点)

情境导入(教材第10页情景图)

依法纳税是每个公民应尽的义务,你知道哪些纳税知识?为什么要纳税?什么是应纳税额?什么是税率?



你知道哪些纳税项目?

讲解过程

1. 纳税的含义。

纳税是根据国家税法的有关规定,按照一定的比率把集体或个人收入的一部分缴纳给国家。

2. 税收的用途:税收是国家收入的主要来源之一。国家用收来的税款发展经济、科技、教育、文化和国防等事业,因此,每个公民都有依法纳税的义务。

3. 税收的种类:我国的税收主要分为消费税、增值税和个人所得税等几类。

4. 纳税的相关概念。

(1) 应纳税额:缴纳的税款叫做应纳税额。

(2) 税率:应纳税额与各种收入(销售额、营业额……)中应纳税部分的比率叫做税率,即税率 = $\frac{\text{应纳税额}}{\text{各种收入中应纳税部分}} \times 100\%$ 。

小提示

税收,取之于民、用之于民。并不是全部收入都要纳税,如个税起征点是5000元,低于起征点的收入不需要纳税。

归纳总结

缴纳的税款叫做应纳税额,应纳税额与各种收入中应纳税部分的比率叫做税率。

$$\text{税率} = \frac{\text{应纳税额}}{\text{各种收入中应纳税部分}} \times 100\%$$

知识点二 解决纳税问题(重难点)

情境导入(教材第10页例3)

一家饭店10月份的营业额中应纳税的部分是30万元。如果按应纳税部分的3%缴纳增值税,这家饭店10月份应缴纳增值税多少万元?



讲解过程

1. 理解题意:题中“按应纳税部分的3%缴纳增值税”的意思是增值税占营业额中应纳税部分的3%,是把营业额中应纳税部分看作单位“1”的量,增值税是部分量。

2. 分析与思考:求应缴纳增值税多少万元,就是求营业额中应纳税部分的3%是多少,根据“求一个数的百分之几是多少,用乘法计算”列式解答。

3. 规范解答。

$$30 \times 3\% = 0.9 (\text{万元})$$

答:这家饭店10月份应缴纳增值税0.9万元。

4. 应纳税额、各种收入中应纳税部分和税率之间的关系。

$$\text{税率} = \text{应纳税额} \div \text{各种收入中应纳税部分} \times 100\%$$

$$\text{各种收入中应纳税部分} = \text{应纳税额} \div \text{税率}$$

$$\text{应纳税额} = \text{各种收入中应纳税部分} \times \text{税率}$$

归纳总结

$$\text{应纳税额} = \text{各种收入中应纳税部分} \times \text{税率}$$

知识点三 储蓄的含义和利息的计算方法(重点)

情境导入(教材第11页)

人们常常把暂时不用的钱存入银行储蓄起来。下面是2015年10月中国人民银行公布的存款利率。

	活期	整存整取				
存期		三个月	六个月	一年	二年	三年
年利率(%)	0.35	1.10	1.30	1.50	2.10	2.75

根据上面的内容思考下面的问题:

(1)人们为什么把钱存入银行? (2)在银行存款的方式有哪些?

讲解过程

1. 储蓄的意义和好处。

意义:把钱存入银行,就是储蓄。

好处:储蓄不仅可以支援国家建设,也使得个人钱财更安全,还可以增加一些收入。

2. 在银行存款的方式:在银行存款的方式有多种,如活期、整存整取、零存整取、定活两便等。

存款方式 { 活期:可以随时存入,随时支取。
 { 定期 { 整存整取:一起存入一定的钱数,存期到时支取。
 { 零存整取:每月存入一定的钱数,存期到时支取。
 { 定活两便:存款时不确定存期,一次存入本金,随时可以支取。

3. 储蓄的相关概念:储蓄时,存入银行的钱叫做本金;取款时银行多支付的钱叫做利息;单位时间(如1年、1月、1日等)内利息与本金的比率叫做利率。

利率按年计算的,称为年利率;利率按月计算的,称为月利率。根据存款时间的长短,定期和活期存款的利率是不相同的。如上面存款利率表中的各种存期的利率都是年利率。活期的年利率是0.35%,三个月存期的年利率是1.10%等。

4. 利息的计算方法:因为利率表示的是单位时间内利息与本金的比率,所以利息的计算方法是利息=本金×利率×存期。



归纳总结

1. 存入银行的钱叫做本金;取款时银行多支付的钱叫做利息;单位时间(如1年、1月、1日等)内利息与本金的比率叫做利率。
2. 利息=本金×利率×存期

知识点四 解决储蓄问题(重难点)

情境导入(教材第11页例4)

2015年11月,王奶奶把5000元钱存入银行。存两年,到期时王奶奶可以取回多少钱呢?(年利率是2.10%)

讲解过程

1. 理解题意:已知王奶奶存款的本金是5000元,存款时间是两年,存款年利率是2.10%,求两年后可以取回多少钱。

2. 明确算法。

方法一:先根据“利息=本金×利率×存期”求出利息,再根据“到期取回的总钱数=本金+利息”来解答。

方法二:到期取回的总钱数=本金+利息,可以把本金看作单位“1”,找到关系式“本息和=本金+本金×利率×存期=本金×(1+利率×存期)”,列出算式 $5000 \times (1 + 2.10\% \times 2)$ 。

3. 列式解答。

$$\begin{aligned} \text{方法一: } & 5000 \times 2.10\% \times 2 = 210(\text{元}) \\ & 5000 + 210 = 5210(\text{元}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{方法二: } & 5000 \times (1 + 2.10\% \times 2) \\ & = 5000 \times (1 + 0.042) \\ & = 5000 \times 1.042 \\ & = 5210(\text{元}) \end{aligned}$$

答:到期时王奶奶可以取回5210元。

归纳总结

$$\text{本息和} = \text{本金} + \text{利息} = \text{本金} \times (1 + \text{利率} \times \text{存期})$$

小提示

到期后取回的钱=自己存入银行的本金+银行支付的利息

易错举例

易错点1 对应纳税额的意义理解不透彻,导致判断错误。

例 判断:缴纳个人所得税时,所有的收入都应计入应纳税额。(×)

思路分析▶目前个人所得税免征额为5000元,超额累进税率为3%~45%。这就是说如果月收入少于5000元是不需要纳税的,如果月收入是5100元,则多的5100-5000=100(元)就需要按3%的税率纳税。

易错点2 计算可取回的钱时,把多取回的钱(利息)和可取回的钱(本金+利息)混淆。

例 判断:求从银行能取回多少钱就是求利息是多少。(×)

思路分析▶从银行取回的钱=本金+利息=本金+本金×利率×存期。



慧眼避误区4



慧眼避误区5



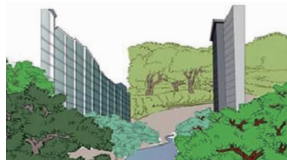
典题精讲

利用转化法把纳税问题、折扣问题转化为百分数问题来解答。

转化法

例 小丽家买了一套标价为 32 万元的普通商品房。他们选择了一次付清房款,按九六折优惠价付款。(教材第 14 页第 11 题)

计算契税时,应用打折后的总房价乘税率,不能直接用标价乘税率。



- (1) 打折后房子的总价是多少元?
- (2) 买这套房子还要按照实际房价的 1.5% 缴纳契税, 契税是多少元?

分析▶ (1) 已知标价是 32 万元, 九六折优惠表示房子的成交价是标价的 96%, 求打折后总价是多少元, 就是求 32 万元的 96% 是多少, 列式为 $32 \times 96\%$ 。(2) 求契税就是求实际房价 307200 元的 1.5% 是多少, 列式为 $307200 \times 1.5\%$ 。

解答▶ (1) $32 \times 96\% = 30.72$ (万元) $= 307200$ (元)

(2) $307200 \times 1.5\% = 4608$ (元)

答: 打折后房子的总价是 307200 元。

答: 契税是 4608 元。

变式练一练

王伯伯买了一辆轿车, 轿车的总价为 12 万元, 如果一次性付清, 可以打九五折。

- (1) 打完折后, 轿车的总价是多少万元?
- (2) 给车上牌照时, 需要按照实际车价的 10% 缴纳车辆购置税, 要缴纳车辆购置税多少万元?

素养能力提升

例 某公司向银行申请甲、乙两种贷款, 共 30 万元, 每年需要支付利息 1.6 万元, 甲种贷款年利率是 5%, 乙种贷款年利率是 6%, 该公司申请的甲、乙两种贷款的金额各是多少万元?

分析▶ 先设甲种贷款的金额是 x 万元, 则乙种贷款的金额是 $(30-x)$ 万元, 再根据“本金 \times 利率 \times 期限 = 利息”, 求出两种贷款的利息和, 列式为 $5\%x + (30-x) \times 6\%$, 最后根据两种贷款的利息和是 1.6 万元, 得到方程 $5\%x + (30-x) \times 6\% = 1.6$, 解方程即可。

方法宝盒

贷款需要支付利息, 贷款支付的利息计算方法: 利息 = 本金 \times 利率 \times 期限。

解答▶ 解: 设甲种贷款的金额是 x 万元, 则乙种贷款的金额是 $(30-x)$ 万元。

$$5\%x + (30-x) \times 6\% = 1.6 \quad x = 20 \quad 30-x = 10$$

答: 甲种贷款的金额是 20 万元, 乙种贷款的金额是 10 万元。

举一反三做一做

某公司向银行申请了甲、乙两种贷款, 共计 68 万元, 每年需支付利息 3.96 万元。甲种贷款的年利率是 5.5%, 乙种贷款的年利率是 6%, 这两种贷款的金额各是多少万元?



第3节 用百分数知识解决问题

目标点击

1. 能根据原价、优惠政策计算出商品的现价。(难点)
2. 能结合具体的情境,综合运用百分数知识解决生活中的实际问题。(重点)
3. 经历探究最优方案的过程,提高分析问题和解决问题的能力。(重点)
4. 学会对不同的购物方式加以比较,选择相对优惠的方式,感受数学与生活的密切联系。

知识盘点

知识点 用百分数知识解决实际问题(难点)

情境导入(教材第12页例5)

某品牌的裙子搞促销活动,在A商场打五折销售,在B商场按“每满100元减50元”的方式销售。妈妈要买一条标价230元的这种品牌的裙子。

- (1)在A、B两个商场买,各应付多少钱? (2)选择哪个商场更省钱?

讲解过程

1. 阅读与理解。

通过阅读给出的问题情境得出下列信息:

已知信息		所求问题
妈妈要买一条标价230元的裙子	A商场打五折销售	问题(1):在A、B两个商场买,各应付多少钱
	B商场按“每满100元减50元”的方式销售	问题(2):选择哪个商场更省钱

2. 分析与解答。

分析:理解“每满100元减50元”的意思,“每满100元减50元”就是在总价中取整百元部分,每满100元减去50元,不满100元的零头部分不优惠。解答时,先根据A、B两个商场的促销方式算出各自需要的钱数,再比较选择哪个商场更省钱。

A商场打五折销售→实际需要钱数=标价 \times 50%

B商场每满100元减50元 } 总价230元里有2个100元,
标价230元 } 从总价中减去2个50元。 →实际需要 $(230-50\times 2)$ 元。

解答:(1)在A商场买,实际花费 $230\times 50\%=115$ (元)

在B商场买,实际花费 $230-50\times 2=130$ (元)

答:在A商场买,应付115元,在B商场买,应付130元。

(2) $115<130$ 选择A商场更省钱。



知识大讲堂 7



思想方法

对A、B两个商场的售价进行分析比较,这体现了数学中的分类讨论法。

分类讨论法是把研究对象先按一定的标准进行分类并逐类讨论,再把各类结论综合、比较,使问题得到解决的方法。

**3. 回顾与反思。**

(1)通过上面的分析与解答发现:“每满 100 元减 50 元”不如“打五折”优惠。通过计算联想得出,如果总价能凑成整百元多一点,两种优惠方式对应的优惠价格就差不多了。

(2)对于标价整百元的商品,两种优惠方式的优惠价相同,所以购买时,去哪家都一样。

(3)在生活中,以后遇到此类购物问题,可以用数学知识先计算比较一下,再考虑去哪家购买。

归纳总结

在日常购物时,要根据商品的不同促销方式,用学过的百分数知识求出商品的现价,从中选取最省钱的方案。

易错举例

易错点 混淆“每满 100 元减 50 元”和“打五折”两种销售方式。

例 判断:“每满 100 元减 50 元”和“打五折”是同样的销售方式,最后所花的钱数是一样的。

(X)



慧眼避误区 6

思路分析▶当标价是整百元时,两种销售方式的优惠是一样的;当标价不是整百元时,“每满 100 元减 50 元”需要付的钱数多于“打五折”需要付的钱数。

例如,当标价是 320 元时,“每满 100 元减 50 元”最后需要付的钱数是 $320 - 50 \times 3 = 170$ (元);而打五折需要付的钱数是 $320 \times 50\% = 160$ (元)。

典题精讲

利用比较法解答“折上折”问题。

比较法

例 某品牌的旅游鞋搞促销活动,A 商场按“每满 100 元减 40 元”的方式促销,B 商场在六折的基础上打九九折。再打折,也就是求原价的百分之几。妈妈想买一双标价是 350 元的旅游鞋,到哪个商场购买划算? 的百分之几是多少。

分析▶A 商场:每满 100 元减 40 元,350 元里有 3 个 100 元,所以需要付 $(350 - 40 \times 3)$ 元。

B 商场:在六折的基础上打九九折,就是求原价 350 元的 60% 的 99% 是多少,列式为 $350 \times 60\% \times 99\%$ 。

解答▶A 商场: $350 - 40 \times 3 = 230$ (元) B 商场: $350 \times 60\% \times 99\% = 207.9$ (元) $207.9 < 230$

答:到 B 商场购买划算。

变式练一练

一个定价是 30 元的水杯,甲超市按“买四送一”的方式销售,乙超市打“八五折”销售,幼儿园老师想买 10 个作为儿童汇演的奖励送给小朋友,到哪个超市购买划算?

素养能力提升

例 某商品按定价出售,每件可获得利润 45 元,如果按定价的 70% 出售 10 件,与按定价每件减 25 元后出售 12 件所获利润同样多,这种商品每件定价多少元?

分析▶本题可通过列方程解答,首先找等量关系“如果按定价的 70% 出售 10 件,与



名师讲奥数 2



按定价每件减 25 元后出售 12 件所获利润同样多”。设初始定价为 x 元,则按定价的 70% 出售 10 件所获利润为 $x \times 70\% \times 10 - 10(x - 45)$,按定价每件减 25 元后出售 12 件所获利润为 $(x - 25) \times 12 - 12(x - 45)$,二者是相等的,所以可列方程求出定价。

解答►解:设这种商品每件定价 x 元

$$x \times 70\% \times 10 - 10(x - 45) = (x - 25) \times 12 - 12(x - 45)$$

$$x = 70$$

答:这种商品每件定价 70 元。

► 举一反三做一做

商场搞促销活动,购物超过 200 元的,超过部分按七五折优惠。妈妈买了一件上衣,花了 410 元,这件上衣的原价是多少元?

方法宝盒

利润=销售额-成本
成本=售价-利润

★ 生活与百分数

目标点击

1. 调查银行最新利率,理解储蓄的意义。 (重点)
2. 在活动中,进一步熟练掌握有关存款利息的计算方法。 (难点)
3. 通过活动,更多地接触实际生活中的百分数,体会数学应用的广泛性。 (难点)
4. 初步掌握理财方式,培养理财意识,体会学习储蓄的必要性和数学与生活的密切联系。

活动演练



活动 1

► 活动内容

调查银行存款利率,了解银行存款利率调整的原因。

► 活动准备

通过课前调查,了解我国的存款利率。

► 活动过程

1. 理解活动主题。

自己设计一个利率调查表,设计时最好涉及四大国有银行(工商银行、建设银行、农业银行和中国银行)以及活期和整存整取的几种方式(三个月、半年、一年、二年和三年)。

2. 明确活动步骤和调查方法。

- 活动步骤
- (1)明确活动主题
 - (2)设计调查表
 - (3)明确调查的方法
 - (4)进行调查
 - (5)调查利率调整的原因

调查方法

实地调查
网络调查



3. 调查各种存款利率并填表。

去银行调查人民币存款利率,2019年7月部分银行存款利率如下表。

	活期	整存整取				
存期		三个月	半年	一年	二年	三年
工商银行	0.3%	1.35%	1.55%	1.75%	2.25%	2.75%
农业银行	0.3%	1.35%	1.55%	1.75%	2.25%	2.75%
建设银行	0.3%	1.35%	1.55%	1.75%	2.25%	2.75%
中国银行	0.3%	1.35%	1.55%	1.75%	2.25%	2.75%

4. 调查国家调整利率的原因。

宏观调控经济发展规划;抑制通货膨胀,调高利率,引导储蓄,减少市场上的流动资金……

活动总结

银行存款的利率不是固定不变的,随着社会经济的发展变化会有相应的调整。

活动探究

假设自己有1万元可以存入银行,打算如何储存这笔钱,请说明理由。



活动2

活动内容

学会合理存款、理财。

活动准备

通过课前调查,了解常见的理财方式。

活动过程

1. 理解活动主题:本活动主要围绕“李阿姨准备给儿子存2万元,供他六年后上大学,银行给李阿姨提供了三种类型的理财方式:普通储蓄存款、购买国债、购买理财产品,问题是设计一个合理的存款方案,使六年后的收益最大”。

2. 明确活动步骤。

- (1)收集、调查、了解三种理财方式的利率、存期情况。
- (2)按不同的存款方式设计存款方案。
- (3)进行比较,得出最佳方案。

3. 收集信息。

- (1)普通储蓄存款利率(2015年10月24日)如下:



	存期	年利率/%		存期	年利率/%
整存整取	三个月	1.10	零存整取 整存零取 存本取息	一年	1.10
	六个月	1.30		三年	1.30
	一年	1.50			
	二年	2.10	活期利率		0.35
	三年	2.75			

(2)了解国债知识:国债,又称国家公债,是国家以其信用为基础,按照债券的一般原则,通过向社会筹集资金所形成的债权、债务关系。国债有一年期、三年期和五年期等。

(3)理财产品:由商业银行和正规金融机构自行设计并发行,将募集到的资金根据产品合同约定投入相关金融市场及购买相关金融产品,获取投资收益后,根据合同约定分配给投资人的一种投资方式。

4. 设计方案。

(1)存款:根据“利息=本金×利率×存期”计算每种方案最后的利息。

方案一:一年期存6次。

$$\begin{aligned}
 &20000 \times 1.50\% \times 1 = 300(\text{元}) & (20000 + 300) \times 1.50\% \times 1 = 304.5(\text{元}) \\
 &(20300 + 304.5) \times 1.50\% \times 1 \approx 309.07(\text{元}) & (20604.5 + 309.07) \times 1.50\% \times 1 \approx 313.70(\text{元}) \\
 &(20913.57 + 313.70) \times 1.50\% \times 1 \approx 318.41(\text{元}) & (21227.27 + 318.41) \times 1.50\% \times 1 \approx 323.19(\text{元}) \\
 &300 + 304.5 + 309.07 + 313.70 + 318.41 + 323.19 = 1868.87(\text{元})
 \end{aligned}$$

方案二:二年期存3次。

$$\begin{aligned}
 &20000 \times 2.10\% \times 2 = 840(\text{元}) & (20000 + 840) \times 2.10\% \times 2 = 875.28(\text{元}) \\
 &(20840 + 875.28) \times 2.10\% \times 2 \approx 912.04(\text{元}) & 840 + 875.28 + 912.04 = 2627.32(\text{元})
 \end{aligned}$$

方案三:三年期存2次。

$$\begin{aligned}
 &20000 \times 2.75\% \times 3 = 1650(\text{元}) & (20000 + 1650) \times 2.75\% \times 3 \approx 1786.13(\text{元}) \\
 &1650 + 1786.13 = 3436.13(\text{元})
 \end{aligned}$$

上面的三种方案中,第三种方案获得的利息最多。

(2)买国债:和同期的银行存款比较,国债的利率要高于同期银行的存款利率。2015年10月,我国发行了电子国债,利率如右表。

期限	三年	五年
利率	4.92%	5.32%

买国债和存银行一样,时间越长利率越高。因为上面我们算过,存银行先存三年期,到期后本息再存1个三年期,其利息比其他几种方案获得的利息都要高,所以在选择买国债时,尽量选择期限较长的。

方案一:三年期国债买2次。

$$\begin{aligned}
 &20000 \times 4.92\% \times 3 = 2952(\text{元}) & (20000 + 2952) \times 4.92\% \times 3 \approx 3387.72(\text{元}) \\
 &2952 + 3387.72 = 6339.72(\text{元})
 \end{aligned}$$

方案二:先买五年期国债,再存一年期普通储蓄1年。

$$\begin{aligned}
 &20000 \times 5.32\% \times 5 = 5320(\text{元}) & (20000 + 5320) \times 1.50\% \times 1 = 379.8(\text{元}) \\
 &5320 + 379.8 = 5699.8(\text{元})
 \end{aligned}$$



(3)买理财产品:不同的理财产品年化收益率不同,但其年化收益率普遍高于同期银行和国债的利率,我们以年化收益率为 5.62% 计算。

买理财产品所得利息: $20000 \times 5.62\% \times 6 = 6744$ (元)

5. 选择方案。

因为同期的理财产品年化收益率高于银行存款和国债利率,所以选择买理财产品比较合适。

活动总结

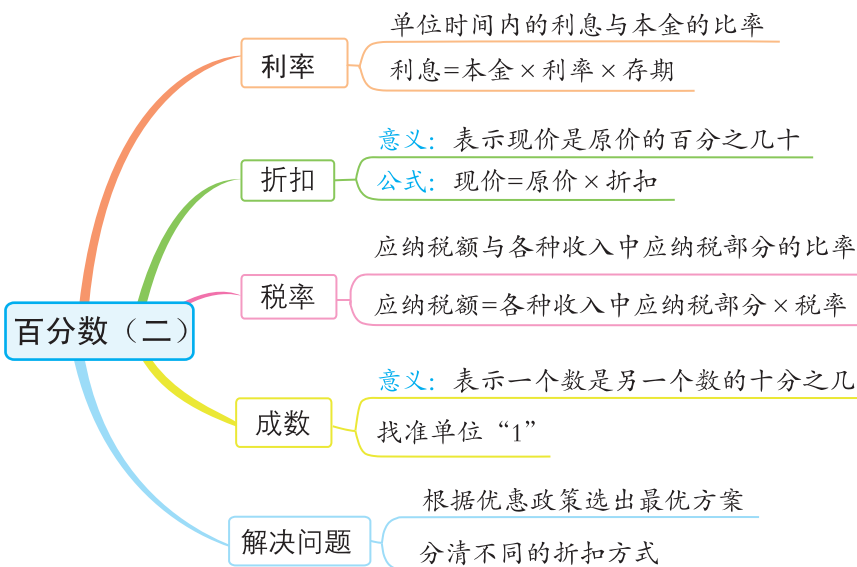
根据所学的有关储蓄的相关知识,设计各种存款方案,通过对比、分析获得的收益,选取收益最大的方案。

活动探究

六(1)班小明同学把自己的压岁钱 1000 元存入银行,存期为 3 年,年利率为 2.75%。到期时他准备把所得利息捐给贫困地区的儿童。小明同学可以捐给贫困地区的儿童多少钱?

第二单元核心考点归纳

智慧小锦囊



核心考点

考点 1 理解打折的含义,分清原价,打折价及折扣数之间的关系

例 1 某品牌服装,如果按照九折卖,售价是 1125 元,如果按照八折卖,该服装最后售价是多少元?

分析 从题意中可知,要想求出按照八折出售的价钱,需要求出原价。“九折”即按原价的 90% 出售,1125 元是打九折后的售价,本题中的单位“1”是原价,求单位“1”用除法,因此原价是 $1125 \div 90\% = 1250$ (元)。原价 \times 折扣数 = 售价,因此按照八折卖的售价为 $1250 \times 80\% = 1000$ (元)。

方法宝盒

掌握“几折”就是按原价的百分之几十出售。已知一个数的百分之几十是多少,求这个数用除法计算;求一个数的百分之几十是多少,用乘法计算。



解答 $1125 \div 90\% \times 80\% = 1000$ (元)

答:该服装最后售价是 1000 元。

考点 2 理解“成数”的含义

例2 一种电视机现在的售价是 4539 元,比去年同期降价一成五。去年同期这种电视机的售价是多少元?

分析 “比去年同期降价一成五”的意思是现在的售价比去年同期降低 15%, 去年的售价为单位“1”, 现在比去年同期降低 15%, 则现在的售价是去年的 $(1 - 15\%)$ 。求单位“1”用除法计算, 即 $4539 \div (1 - 15\%) = 5340$ (元)。

解答 $4539 \div (1 - 15\%) = 5340$ (元)。

答:去年同期这种电视机的售价是 5340 元。

考点 3 灵活运用有关税率的公式

例3 今年第二季度黄山家具商场按 5% 的税率缴纳了营业税税款后, 余额是 57 万元, 黄山家具商场第二季度纳税多少万元?

分析 从题意中可知是以营业额为单位“1”, 再将营业额分为营业税与剩余的营业额, 按营业额的 5% 缴纳营业税, 因此剩余营业额是营业额的 $(1 - 5\%)$, 求单位“1”用除法, 即营业额为 $57 \div (1 - 5\%) = 60$ (万元)。根据“营业税 = 营业额 \times 税率”可知第二季度应纳税 $60 \times 5\% = 3$ (万元)。

解答 $57 \div (1 - 5\%) \times 5\% = 3$ (万元)

答:黄山家具商场第二季度纳税 3 万元。

考点 4 灵活运用利息的计算公式

例4 妈妈买了 3 年期国债, 年利率是 5.43%, 到期后妈妈除本金外, 还可以得到 1629 元的利息。妈妈购买了多少元的国债?

分析 求妈妈购买了多少元的国债, 也就是求本金。由“利息 = 本金 \times 利率 \times 存期”可以推出“本金 = 利息 \div 存期 \div 利率”, 把已知数学信息代入公式即可。

解答 $1629 \div 3 \div 5.43\% = 10000$ (元)

答:妈妈购买了 10000 元的国债。

方法宝盒

解决有关成数的百分数问题, 首先从含有成数的句子开始思考, 然后把成数转化成百分数进行计算。

方法宝盒

已知税后余额和税率, 求营业税的方法: 税后余额 $\div (1 - \text{税率}) \times \text{税率} = \text{营业税}$ 。

方法宝盒

灵活掌握“利息 = 本金 \times 利率 \times 存期”这个基本公式。

第二单元演练

(时间: 60 分钟 分数: _____)

一、填空题。(30 分)

- 一件上衣的原价是 200 元, 打九折出售, 现价是()元, 比原价便宜()元。
- 一件商品打八五折出售, 现价比原价便宜()%。
- 商品促销, 原价 400 元, 现价 340 元, 这是打()折销售的。

- 一瓶矿泉水原来零售每瓶卖 2 元, 现在“买一赠一”, 这种活动相当于把商品打()折。
- (1) 下面的百分数分别表示几折?
 20% () 50% ()
 35% () 40% ()



(2)把下面的折扣(成数)改写为百分数。

七折() 五五折()

四成() 八成()

- 李叔叔买了一辆小轿车,按车价的 10% 缴纳车辆购置税 1.5 万元。这辆小轿车的价格是()万元。
- 王叔叔把 5000 元存入银行,存期三年,年利率是 3.33%,到期时可取回()元。

二、判断题。(9 分)

- 一种商品按七五折出售,就是按原价的 75% 出售。()
- 某商店搞促销活动,一件 1000 元的羽绒服按八折出售。如果王老师有该商店的贵宾卡,可以再打九五折,那么她买这件羽绒服只需付 760 元。()
- 一家公司去年全年的营业额中应纳税部分是 6.2 亿元。如果按营业额中应纳税部分的 5% 缴纳增值税,去年应缴纳增值税 0.31 亿元。()

三、选择题。(15 分)

- 下面最接近 0.76 的是()。
A. 八折 B. $\frac{7}{10}$ C. 七五折 D. 七成
- 一支钢笔按原价的 80% 购买便宜了 4 元,如果按原价的九折购买需要()元。
A. 16 B. 22 C. 20 D. 18
- 张远在银行存了 10000 元,到期时共得到利息 612 元,根据下面的利率表,可以算出他存了()年。

存期	年利率/%
三个月	1.80
半年	2.25
一年	2.52
二年	3.06
三年	3.69
五年	4.14

- A. 五 B. 三 C. 二 D. 一
- 一块地前年产小麦 24t,去年因灾减产两成,今年比去年又增产两成,这样今年产量与前年产量比()。
A. 增加了 B. 减少了

C. 不变 D. 无法确定

- 一条裙子原价 430 元,现在打九折出售,现价比原价便宜()元。
A. $430 \times 90\%$ B. $430 \times (1+90\%)$
C. $430 \times (1-9\%)$ D. $430 \times (1-90\%)$

四、解决问题。(46 分)

- 下面这台微波炉标价 600 元,打折后的售价是多少元?(7 分)



七五折出售

- 某公司 5 月份销售手机 2.4 万部,比 4 月份增加二成,4 月份销售手机多少万部?(7 分)
- 王老师存了 10 万元,存期三年,年利率是 2.75%。到期后,可以得到本金和利息一共多少万元?(8 分)
- 妈妈按八五折优惠的价格买了 5 张游乐园门票,一共用去 340 元。游乐园门票的原价是多少元?(8 分)
- 爸爸想在网上书店买书,A 书店所有图书打八折销售,B 书店按“每满 79 元减 19 元”销售,如果爸爸想买的书标价 100 元,在哪个书店买更省钱?两个书店的价格相差多少元?(8 分)
- 水果店进了某种水果 1000 千克,进价为 7 元/千克,售价为 11 元/千克,售出一半后,为了尽快售完,准备打折出售,如果要使这批水果能赚到 3450 元,那么余下的水果应打几折出售?(8 分)



三 圆柱与圆锥

圆柱与圆锥

知识技能

1. 认识圆柱、圆锥以及它们各个部分的名称，掌握圆柱和圆锥的特征

2. 理解圆柱的侧面、表面的意义以及圆柱的侧面展开图各个部分之间的关系，掌握圆柱的侧面积、表面积的计算方法

3. 理解圆柱体积的意义，掌握圆柱体积的计算公式： $V_{\text{圆柱}} = Sh = \pi r^2 h$ ，并能运用公式解答一些简单的实际问题

4. 经历圆锥的体积公式的推导过程，掌握体积公式： $V_{\text{圆锥}} = \frac{1}{3}Sh = \frac{1}{3}\pi r^2 h$

数学思考

1. 通过观察、动手操作等活动，初步体会“点、线、面、体”之间的关系：点动成线，线动成面，面动成体

2. 通过探索圆柱、圆锥体积的计算方法，体会类比、转化等思想，初步发展逻辑推理能力

3. 通过解决问题，体会和掌握转化、变中有不变等数学思想

问题解决

1. 能用圆柱的侧面积、表面积、体积的计算公式解决一些简单的实际问题

2. 掌握圆锥体积的计算方法并能运用计算方法解决一些简单的实际问题

情感态度

通过本单元的学习，体会数学与生活的密切联系，激发学习数学的兴趣，了解平面图形与立体图形之间的关系





1 圆 柱

第 1 节 圆柱的认识

目标点击

1. 认识圆柱,知道圆柱的底面、侧面和高,掌握圆柱的特征,体会面动成体。(重点)
2. 动手操作,探究圆柱的侧面展开图各个部分与圆柱的底面之间的关系。(难点)
3. 理解圆柱侧面积的意义和计算方法并能正确地计算圆柱的侧面积。(难点)
4. 通过操作、观察、比较,提高分析、推理、判断能力。

知识盘点

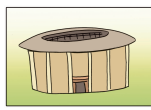
知识点一 圆柱的初步认识(重点)

情境导入(教材第 17 页情景图)

我们学过的正方体和长方体都是由平面围成的立体图形。现在我们来研究一种立体图形——圆柱。



岗亭



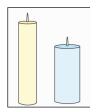
客家围屋



比萨斜塔



灯笼



蜡烛

- (1) 上面这些物体的形状有什么共同特点?
- (2) 你还见过哪些圆柱形的物体?

讲解过程

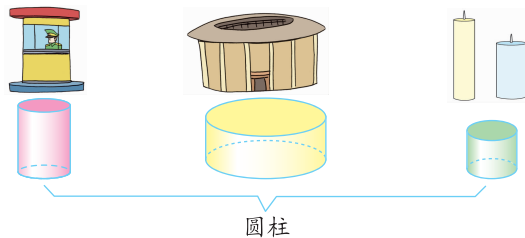
1. 解决问题(1)。

(1) 理解题意。

观察上图中各物体的形状,发现这些物体的形状都是圆柱形的。

(2) 认识圆柱。

根据这些图形的共同点,我们可以抽象地画出它们的立体图形,它们都是圆柱。如右图所示。



小提示

这里所讲的圆柱都是直圆柱。

2. 解决问题(2)。

(1) 理解题意:在初步认识圆柱后,举例说出还有哪些物体的形状是圆柱形的。

(2) 举例解答:茶叶桶、罐头盒等物体的形状都是圆柱形的。如右图所示。

归纳总结



茶叶桶



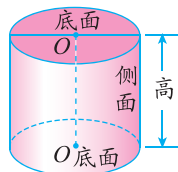
罐头盒

生活中常见的圆柱形物体还有水杯、固体胶棒、卷纸、树桩等等。

知识点二 圆柱的组成及其特征(难点)

情境导入(教材第 18 页例 1)

观察一个圆柱形的物体,看一看它是由哪几部分组成的,有什么特征。





讲解过程

1. 圆柱的组成:圆柱是由3个面组成的,有两个底面和一个侧面,圆柱的两个底面是两个完全相同的圆,侧面是一个曲面。

2. 圆柱各部分的名称。

名称	概念	特征
底面	圆柱的上、下两个面叫做底面	圆柱的两个底面是完全相同的圆
侧面	圆柱周围的面(上、下底面除外)叫做侧面	圆柱的侧面是一个曲面
高	圆柱的两个底面之间的距离叫做高	一个圆柱有无数条高

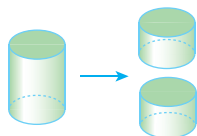
3. 感知面动成体。

如右图所示,把一张长方形的硬纸贴在木棒上,快速转动木棒,转动起来就形成一个圆柱。

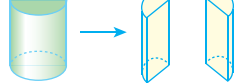


4. 拓展探究。

如图(1)所示,把一个圆柱平行于底面进行切割,增加了两个和底面大小相同的圆面。圆柱的侧面积没有变化,底面积增加。如图(2)所示,把圆柱沿底面的一条直径切成两个半圆柱,增加了两个长方形面。



(1)



(2)



思想方法

把圆柱的两种切法用图表示出来,这体现了数学中的图解法。

图解法是指根据数学问题画出实物简图、示意图、线条图、线段图等直观图形表达题意,以帮助加工信息,正确地审题、分析和检验,从而使数学问题得以顺利解决的策略。

归纳总结

1. 圆柱是由两个圆面和一个曲面组成的,两个底面是完全相同的圆,侧面是一个曲面。
2. 圆柱两个底面之间的距离,叫做圆柱的高。任意一个圆柱都有无数条高。

知识点三 圆柱的侧面、底面及它们之间的关系(重难点)

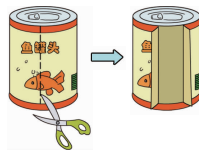
情境导入(教材第19页例2)

(1)圆柱的侧面展开后是什么形状?把罐头盒的商标纸如下图所示那样沿高剪开,再展开。

(2)得到的长方形的长、宽与圆柱有什么关系?把这个长方形重新包在圆柱上,你能发现什么?



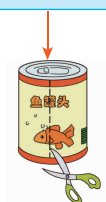
知识大讲堂 9



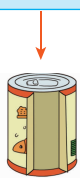
讲解过程

1. 先剪一剪,再展开。

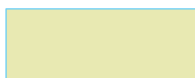
在圆柱形罐头盒侧面的商标纸上画一条高



沿着这条高把商标纸剪开



再展开,如图所示,得到一个长方形

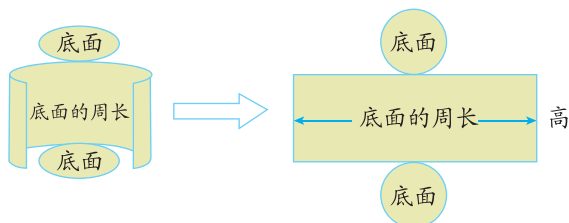




圆柱的侧面展开图是一个长方形。

2. 探究圆柱侧面展开后得到的长方形与圆柱的关系。

(1)把展开后得到的长方形纸重新包上,与圆柱相比较,探究长方形与圆柱各部分间的关系,如下图。



小提示

当圆柱的底面周长和高相等时,沿高剪开的圆柱侧面展开后是一个正方形。

(2)发现:长方形的长等于圆柱底面的周长,宽等于圆柱的高。

3. 拓展探究。

如果把圆柱的侧面沿斜直线剪开,展开后会得到一个什么图形?

归纳总结

把圆柱的侧面沿着一条高展开后是一个长方形(底面周长和高相等时是正方形),这个长方形的长等于圆柱底面的周长,宽等于圆柱的高。

易错举例

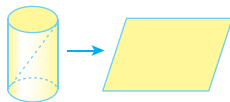
易错点 误认为圆柱的侧面展开图一定是长方形。

例 判断:一个圆柱的侧面展开图一定是长方形。(×)

思路分析▶ 本题忽略了沿高展开这个条件。只有沿着圆柱的高展开,侧面展开图才是长方形(正方形是特殊的长方形)。如果不是沿高展开,而是沿着一条倾斜的直线展开,那么侧面展开图是一个平行四边形,如右图所示。



慧眼避误区 7



典题精讲

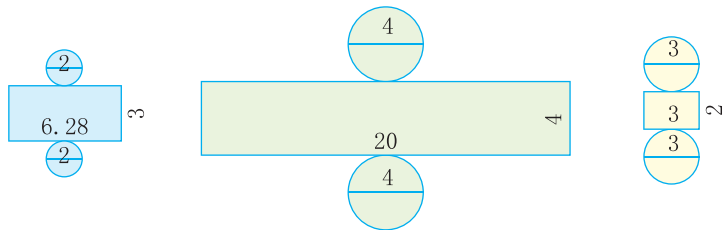
利用对应法来判断圆柱的侧面展开图。

对应法

例 下面哪个图形是圆柱的展开图(单位:cm)?

(教材第20页第3题)

根据给出的信息判断一个图形是不是圆柱的展开图,可以先求出底面周长,再和给出的长方形的长进行比较即可。



分析▶ 当圆柱形状一定时,沿着侧面上的一条高展开后,得到的长方形的长等于圆柱的底面周长,宽等于圆柱的高。

先找到每个图形的直径,再计算出圆柱的底面周长,最后和给出的长方形的长进行比较,找出答案。

第一个图形,底面直径是2cm,周长是 $3.14 \times 2 = 6.28(\text{cm})$,等于长方形的长,所以是圆柱的展



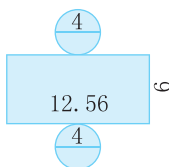
开图;第二个图形,底面直径是4cm,周长是 $3.14 \times 4 = 12.56(\text{cm})$,不等于长方形的长,所以不是圆柱的展开图;第三个图形,底面直径是3cm,周长是 $3.14 \times 3 = 9.42(\text{cm})$,不等于长方形的长,所以不是圆柱的展开图。

解答▶第一个图形是圆柱的展开图。

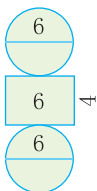
变式练一练

下面哪个图形是圆柱的展开图(单位:cm)?

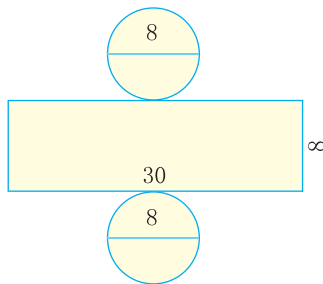
(1)



(2)



(3)



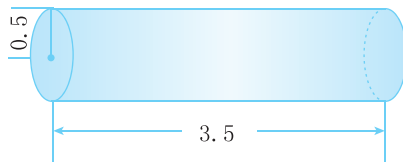
素养能力提升

例 说出右面圆柱的底面、侧面和高,并求出它的底面积。(单位:cm)

分析▶圆柱的两个圆面是它的底面,周围的面是它的侧面。两个底面之间的距离是它的高。要求底面积,也就是求一个圆面的面积,我们只要根据圆的面积公式计算即可。

解答▶底面积为 $3.14 \times 0.5^2 = 0.785(\text{cm}^2)$

答:圆柱的两个圆面是它的底面,周围的面是侧面,两底面之间的距离是高,它的底面积是 0.785cm^2 。



方法宝盒

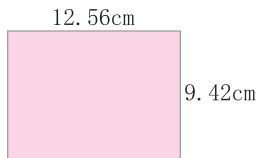
判断圆柱各个部分的名称时,可以采取概念和图形相对应的方法来解答。圆柱的底面积指一个底面的面积。



名师讲奥数 3

举一反三做一做

一个圆柱的侧面展开图如右图所示,这个圆柱的底面半径是多少厘米?



微信扫码, 立即获取

★数学知识专题讲解

★名师1对1在线辅导

更有学习资料可以领取



第2节 圆柱的表面积

目标点击

1. 理解圆柱表面积的含义。(重点)
2. 探索圆柱侧面积和表面积的计算方法,能够正确地运用公式计算圆柱的侧面积和表面积。(难点)
3. 能灵活运用圆柱的侧面积、表面积的相关知识解决简单的实际问题。(难点)
4. 在解决圆柱侧面积、表面积实际问题的过程中,体会数学与生活的密切联系。

知识盘点

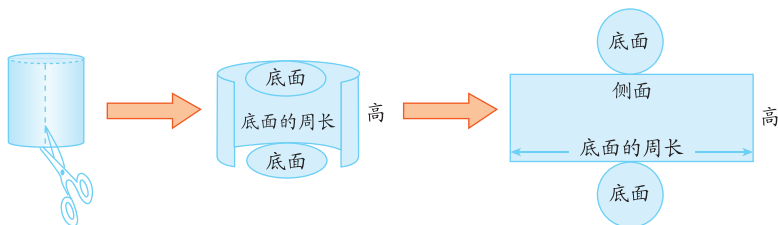
知识点一 圆柱的表面积及其计算方法(重点)

情境导入(教材第21页例3)

圆柱的表面积指的是什么?



知识大讲堂 10



观察上图,你能发现什么?

讲解过程

1. 圆柱的表面积的含义。

表面积是指立体图形各个面的面积之和,圆柱的表面积指的是圆柱各个面的面积之和。

2. 分析图意:从图中可以直观地看出圆柱上、下底面的面积等于底面圆的面积,侧面的面积等于圆柱侧面展开图的面积,即长方形的面积。所以求圆柱的表面积就是求两个底面的面积与侧面的面积之和。

3. 圆柱表面积公式的推导:分析图意可得,圆柱的表面积=圆柱的侧面积+两个底面的面积。圆柱的侧面沿着一条高展开后得到一个长方形。这个长方形的长等于圆柱底面的周长,宽等于圆柱的高。

长方形的面积 =	长	×	宽
	↓		↓
圆柱的侧面积 =	底面周长	×	高

用字母表示就是 $S_{\text{侧}} = Ch = 2\pi rh$ 。

所以圆柱表面积公式是 $S_{\text{表}} = 2\pi rh + 2\pi r^2$ 。

归纳总结



思想方法

把圆柱的侧面积转化为长方形的面积,这体现了数学中的化归思想。

化归思想就是把难解决的或未解决的问题,通过转化,归结为一类较易解决或已经解决的问题,从而顺利解决问题的思想方法。

1. 圆柱的侧面积=底面周长×高,用字母表示是 $S_{\text{侧}} = Ch$ 。

2. 圆柱的表面积=圆柱的侧面积+两个底面的面积,用字母表示是 $S_{\text{表}} = S_{\text{侧}} + 2S_{\text{底}}$ 。



知识大讲堂 11

知识点二 圆柱表面积的实际应用(难点)

情境导入(教材第22页例4)

一顶圆柱形厨师帽,高30cm,帽顶直径20cm。做这样一顶帽子至少要用多少平方厘米的面料?(得数保留整十数)

讲解过程

1. 理解题意:已知圆柱形厨师帽的高是30cm,帽顶直径是20cm,帽子没有下底,求做这样一顶帽子需用多少面料。

2. 分析思考。

先求帽子的侧面积 → 再求帽顶的面积 → 需要面料的面积 = 侧面积 + 帽顶的面积

3. 规范解答。

(1)分步计算。

帽子的侧面积: $3.14 \times 20 \times 30 = 1884(\text{cm}^2)$

帽顶的面积: $3.14 \times (20 \div 2)^2 = 314(\text{cm}^2)$

需要面料的面积:

$1884 + 314 = 2198 \approx 2200(\text{cm}^2)$

(2)综合算式。

$3.14 \times 20 \times 30 + 3.14 \times (20 \div 2)^2$

$= 1884 + 314$

$= 2198$

$\approx 2200(\text{cm}^2)$

答:做这样一顶帽子至少要用 2200cm^2 的面料。

4. 拓展探究。

计算时应注意本题结果不能用“四舍五入”法取近似值。因为在实际生活中,使用的材料往往要比计算得到的结果多一些,所以在保留整十数时,应采用“进一法”取近似值。例如,一个圆柱形茶叶桶侧面包装纸的面积往往比圆柱的侧面积大一些。

归纳总结

1. 在解决实际问题时,并不是所有的圆柱形物体都有两个底面。有的有一个底面,如厨师帽、无盖水桶;有的没有底面,如圆柱形水管、通风管。

2. 在实际应用中,有时需要根据实际情况,不管被舍去的部分最高位上的数比5大还是比5小,都要向前一位进一,这种取近似值的方法叫做“进一法”。

易错举例

易错点 在解决与圆柱表面积相关的实际问题时,不能根据实际情况具体分析。

例 判断:计算制作一个水桶或一根通风管需要的铁皮的面积都是求圆柱的表面积。(×)

思路分析 因为水桶没有上底面,通风管两个底面都没有,所以计算制作一个水桶或计算制作一根通风管需要的铁皮的面积并不是直接计算圆柱的表面积,如下图。

水桶没有上底面



通风管两个底面都没有



慧眼误区 8



典题精讲

考虑重叠计算组合立体图形的表面积。

例 (1)要将路灯柱(如右下图,圆柱的下底面不刷漆)涂上白色的油漆,要漆多少平方米?

(2)街心花园有 30 个这样的灯柱,如果油漆灯柱每平方米人工费 5 元,一共需要人工费多少元?(教材第 24 页第 11 题)

分析►第(1)题,长方体和圆柱重合的部分不需要刷油漆,所以算完长方体的表面积后需要减去圆柱的一个底面的面积。与地面相接的圆柱底面也不需要刷油漆,所以只需要刷圆柱的侧面。

长方体表面积减去
圆柱的一个底面积



加上圆柱的侧面积



计算出结果后化成以“平
方米”为单位的数

第(2)题,总费用=每个灯柱的油漆面积×灯柱的个数×每平方米的人工费。

解答►(1) $12 \times 12 \times 2 + 12 \times 16 \times 4 - 3.14 \times (12 \div 2)^2 + 3.14 \times 12 \times 55 = 3015.36(\text{cm}^2)$

$$3015.36 \text{cm}^2 = 0.301536 \text{m}^2$$

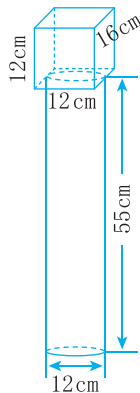
答:要漆 0.301536m^2 。

$$(2) 0.301536 \times 30 \times 5 = 45.2304(\text{元}) \approx 45.23(\text{元})$$

答:一共需要人工费 45.23 元。

方法宝盒

组合立体图形的表面积等于各个立体图形的表面积之和减去所有被遮住部分的面积。



变式练一练 1

工人师傅要在一个零件(如右图)的表面刷上一层油漆。已知小圆柱的直径是 4cm,高是 2cm;大圆柱的直径是 6cm,高是 5cm,你知道刷漆部分的面积是多少平方厘米吗?



利用图示法解答圆柱的纵切或横切问题。

例 一根圆柱形木料,底面直径是 40cm,高是 100cm,如果沿着底面直径垂直于底面把这个圆柱切成两个半圆柱,则表面积增加多少平方厘米?

分析►将圆柱沿着底面直径切成两半,切面是一个长方形,增加的面积是这两个长方形的面积和,如右图所示。

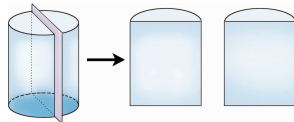
解答► $40 \times 100 \times 2 = 8000(\text{cm}^2)$ 答:表面积增加 8000cm^2 。

变式练一练 2

一根圆柱形木料,底面直径是 40cm,高是 100cm,把它切成两个小圆柱,表面积增加多少平方厘米?

图示法

解答纵切圆柱类实际问题时,可以画出简单的示意图,这样比较直观,易于理解。

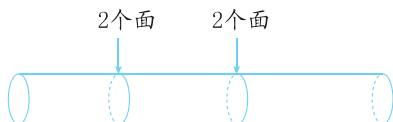




素养能力提升

例 把一根底面半径是 2dm、长是 1.5m 的圆柱形木料锯成三段圆柱形木料,表面积增加多少平方分米?

分析▶将圆柱形木料锯成三段,要锯两次,每锯一次增加 2 个底面,如下图所示,要求增加的表面积,就是求 4 个底面的面积和。



名师讲奥数 4

解答▶ $3.14 \times 2^2 \times 4 = 50.24 (\text{dm}^2)$ 答:表面积增加 50.24dm^2 。

举一反三做一做

把一个直径为 4cm、高为 5cm 的圆柱截成 4 个小圆柱,表面积增加多少平方厘米?

方法宝盒

把圆柱锯成多个小圆柱时,每锯一次,表面积就增加 2 个底面的面积。



小提示

把木料锯开一次,增加 2 个底面的面积,也就是增加 2 个圆的面积。

第 3 节 圆柱的体积

目标点击

1. 探索并掌握圆柱的体积公式,体会数学中的转化思想。(重点)
2. 能运用圆柱的体积公式计算圆柱的体积并解决简单的实际问题。(重点)
3. 在运用圆柱的体积公式解决实际问题时,进一步体会“等积变形”思想。
4. 体会学习圆柱体积公式的必要性和数学与生活的密切联系。

知识盘点

知识点一 圆柱体积公式的推导(重点)

情境导入(教材第 25 页例 5)

我们会计算长方体和正方体的体积,圆柱的体积怎样计算呢?能不能将圆柱转化成我们学过的立体图形,计算出它的体积呢?

讲解过程

1. 圆柱体积的意义。
一个圆柱所占空间的大小,叫做这个圆柱的体积。
2. 圆柱体积公式的推导。

(1)先把圆柱的底面分成许多相等的扇形,沿扇形把圆柱切开,再拼在一起(如下图),可以得到一个近似的长方体,从而求出它的体积。



思想方法

把圆柱转化为长方体,这里体现了数学中的等积变形思想。

等积变形是指几何体的形状发生变化,变化后的物体和原物体相比较,体积相等。



把圆柱的底面分成许多相等的扇形。



把圆柱切开,再像这样拼起来,得到一个近似的长方体。



知识大讲堂 12



分成的扇形份数越多,拼成的立体图形就越接近长方体。

(2)探究圆柱和长方体各个部分之间的关系。

长方体的底面积等于圆柱的底面积,长方体的高等于圆柱的高。

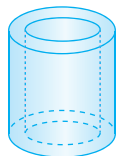
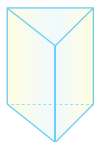
$$\boxed{\text{长方体的体积}} = \boxed{\text{底面积}} \times \boxed{\text{高}}$$

$$\boxed{\text{圆柱的体积}} = \boxed{\text{底面积}} \times \boxed{\text{高}}$$

用字母表示: $V=Sh$ $V=\pi r^2 h$ $V=\pi(d\div 2)^2 h$

3. 拓展探究:用底面积乘高($V=Sh$)也可以求一些特殊物体的体积,如

用三角形的面积公式求出底面积,用底面积乘高就可以求出三棱柱的体积。



用圆环的面积公式求出底面积,用底面积乘高就可以求出管状物体的体积。



思想方法

把圆柱的体积转化为长方体的体积,这体现了数学中的转化思想。

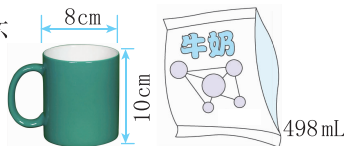
归纳总结

圆柱的体积=底面积×高,用字母表示是 $V=Sh$ 。因为圆柱的底面积 $S=\pi r^2$,所以圆柱的体积 $V=\pi r^2 h=\pi(d\div 2)^2 h$ 。

知识点二 运用圆柱的体积计算公式解决问题(难点)

情境导入(教材第26页例6)

右图中的杯子能不能装下这袋牛奶?(数据是从杯子里面测量得到的。)



知识大讲堂 13

讲解过程

1. 理解题意:已知杯子的内部是圆柱形的,这个圆柱的底面直径是8cm,高是10cm,求这个杯子能不能装下498mL的牛奶。

2. 分析思考:已知杯子内部的底面直径是8cm,高是10cm,可先根据公式 $V=\pi\left(\frac{d}{2}\right)^2 h$ 直接计算出杯子的容积,再和498mL比较,最后得出结论。

3. 解答。

$$3.14 \times (8 \div 2)^2 \times 10 = 502.4 (\text{cm}^3) = 502.4 (\text{mL}) \quad 502.4 > 498$$

答:杯子能装下这袋牛奶。

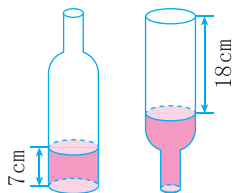
归纳总结

1. 容积是容器所能容纳物体的体积。
2. 圆柱形容器的容积的求法和体积的求法是一样的,只是所需的数据要从容器的内部量。

知识点三 运用转化法解答圆柱的容积问题(重点)

情境导入(教材第27页例7)

一个内直径是8cm的瓶子里,水的高度是7cm,把瓶盖拧紧倒置放平,无水部分是圆柱形,高度是18cm。这个瓶子的容积是多少?



讲解过程

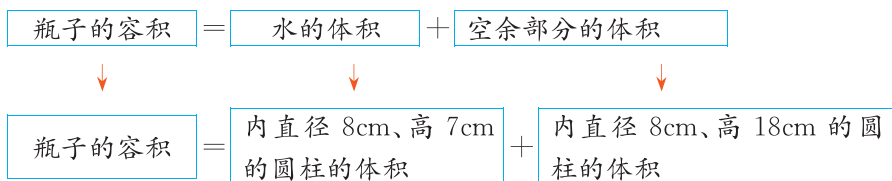
1. 阅读与理解。



已知信息		所求问题
瓶子的内直径是 8cm	正放, 瓶子里水的高度是 7cm	这个瓶子的容积是多少
	倒置, 无水部分是圆柱形, 高度是 18cm	

2. 分析与解答。

这个瓶子不是一个规则的圆柱, 无法直接计算出它的容积。无论瓶子正放还是倒置, 瓶子里水的体积没变, 水的体积加上上面 18cm 高的空圆柱的体积就是这个瓶子的容积。这样把瓶子的容积转化成了两个规则的圆柱的体积和: 正放时水的体积 + 倒置时空余部分圆柱的体积。



解答: $3.14 \times (8 \div 2)^2 \times 7 + 3.14 \times (8 \div 2)^2 \times 18$
 $= 3.14 \times 16 \times (7 + 18)$
 $= 3.14 \times 16 \times 25$
 $= 1256(\text{cm}^3)$
 $= 1256(\text{mL})$
 答: 这个瓶子的容积是 1256mL。



思想方法

把不规则图形转化为规则图形, 这体现了数学中的转化思想。

转化思想是指通过转换角度等方式, 使陌生问题熟悉化、复杂问题简单化、抽象问题具体化, 最终使问题获得解决的思维方法。

3. 回顾与反思。

利用体积不变的特性, 把不规则图形转化为规则图形来计算解答, 在数学上这叫转化法。

4. 拓展探究。

物体的体积一般比容积大一些。物体的体积是从物体外部测量的, 容积是从物体内部测量的。

归纳总结

计算体积或容积时, 可以利用转化法把不规则物体的体积转化为规则物体的体积来计算。

易错举例

易错点 对圆柱的体积公式理解不透彻, 导致判断错误。

例 判断: 圆柱的高不变, 底面直径扩大到原来的几倍, 它的体积也扩大到原来的几倍。(×)

思路分析 ▶ 圆柱的底面直径扩大到原来的 2 倍, 它的底面积就扩大到原来的 4 倍。圆柱的高不变, 根据公式 $V = Sh$, 圆柱的体积也扩大到原来的 4 倍。

圆柱的体积与圆柱的底面半径和高有关。当底面半径不变时, 高扩大到原来的 n 倍, 体积也扩大到原来的 n 倍; 当高不变时, 底面半径扩大到原来的 n 倍, 体积就扩大到原来的 n^2 倍。



慧眼误区 9

典题精讲

已知圆柱的底面周长求圆柱的体积。

例 已知一个圆柱的底面周长是 6.28cm, 高是 3cm, 求这个圆柱的体积。

分析 ▶ 解答此题的关键是求出圆柱的底面积。

已知圆柱的底面周长和高 → 先求底面半径 → 再求底面积 → 代入公式



解答 $3.14 \times (6.28 \div 3.14 \div 2)^2 \times 3 = 9.42(\text{cm}^3)$

答:这个圆柱的体积是 9.42cm^3 。

变式练一练 1

一个圆柱形空心玻璃瓶,量得底面周长是 6.28cm ,高是 4cm ,这个玻璃瓶的容积是多少毫升?(厚度忽略不计)

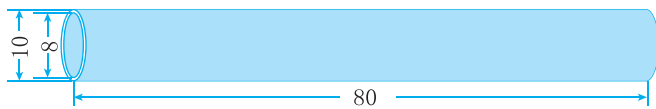
方法宝盒

已知圆柱的底面周长 C 和高 h ,求圆柱的体积 V ,根据公式 $V = 3.14 \times (C \div 3.14 \div 2)^2 \times h$ 计算

利用分析法。求空心钢管的体积

例 下面是一根钢管,求它所用钢材的体积。(单位:cm)

(教材第 29 页第 12 题)



分析法

空心圆柱的体积 = 外面大圆柱的体积 - 空心圆柱的体积 = 横截面圆环的面积 \times 高

分析 方法一:根据“钢管的体积 = 大圆柱的体积 - 空心圆柱的体积”,先求出它们各自的体积,再求差。

方法二:根据“柱体的体积 = 底面积 \times 高”,先求出横截面圆环的面积,再乘高求出体积。

解答 方法一: $3.14 \times (10 \div 2)^2 \times 80 - 3.14 \times (8 \div 2)^2 \times 80 = 2260.8(\text{cm}^3)$

方法二: $3.14 \times [(10 \div 2)^2 - (8 \div 2)^2] \times 80 = 2260.8(\text{cm}^3)$

答:它所用钢材的体积是 2260.8cm^3 。

变式练一练 2

一根钢管,长 50cm ,外圆直径是 10cm ,管壁厚 2cm ,铸这样一根钢管需要钢材多少立方厘米?



思想方法

分析法是从求解的问题出发,依次推导,一直到问题得到解决的解题方法。

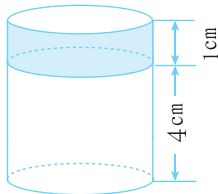
素养能力提升

例 一个圆柱高 4cm ,如果它的高增加 1cm ,它的表面积就增加 50.24cm^2 ,原来圆柱的底面半径是多少? 体积是多少?

分析 圆柱的高增加 1cm ,表面积增加的部分是一个与原圆柱等底,高为 1cm 的圆柱的侧面积。侧面积和高已知,先用侧面积除以高求出圆柱的底面周长,进而求出底面半径,再根据 $V = \pi r^2 h$ 求出原来圆柱的体积。

解答 $50.24 \div 1 \div 3.14 \div 2 = 8(\text{cm})$ $3.14 \times 8^2 \times 4 = 803.84(\text{cm}^3)$

答:原来圆柱的底面半径是 8cm ,体积是 803.84cm^3 。



名师讲奥数 5

方法宝盒

圆柱的高增加后,底面积不变,侧面积发生变化。

举一反三做一做

一个高为 20cm 的圆柱,如果它的高增加 3cm ,那么它的表面积就增加 150.72cm^2 ,求原来圆柱的体积是多少立方厘米。



2 圆 锥

第 1 节 圆锥的认识

目标点击

1. 认识圆锥,了解圆锥的特征和各个部分的名称。(重点)
2. 知道圆锥只有一条高,掌握圆锥的高的测量方法。(难点)
3. 通过动手操作,发展空间观念,体会学习圆锥的必要性和数学来源于生活。

知识盘点

知识点一 圆锥的初步认识(重点)

情境导入(教材第 31 页情景图)

右图中这些物体的形状有什么共同的特点?你还见过哪些类似形状的物体?



知识大讲堂 14

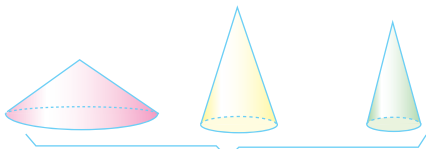
讲解过程

1. 理解题意。

观察图片中的塔顶、灯光和帽子的形状,发现上面都是尖尖的,底面都是圆,侧面都是曲面。

2. 认识圆锥。

根据情境导入中图形的共同特点,我们可以抽象地画出它们的立体图形,如下图所示:



圆锥

小提示

圆锥的侧面是曲面,底面是圆。

上图中这些物体的形状都是圆锥体,简称圆锥。

3. 举出生活中类似圆锥形的一些物体。

像右图中的沙堆、跳棋棋子等物体的形状都是圆锥形的。



归纳总结

圆锥是一个立体图形,上面尖尖的,底面是圆,侧面是曲面。

知识点二 圆锥的组成和高的测量(重难点)

情境导入(教材第 32 页例 1)

拿一个圆锥形的物体,观察它有哪些特征。怎样测量圆锥的高?拿一个圆锥形物体,试着测量它的高。

讲解过程

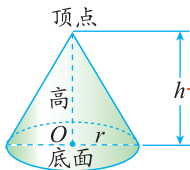
1. 理解题意:找一个圆锥形物体,先观察,再说一说它有哪些特征,并量一量它的高是多少。



知识大讲堂 15



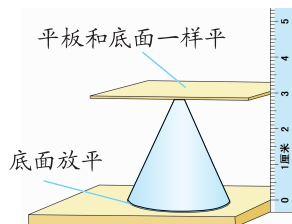
2. 观察发现:圆锥有一个顶点,底面是一个圆,侧面是一个曲面。
3. 认识圆锥的高。



从圆锥的顶点到底面圆心的距离是圆锥的高,圆锥只有一条高,高用字母 h 表示(如左图)

4. 圆锥高的测量方法。

- (1) 把圆锥的底面放平。
(2) 把一块平板水平地放在圆锥的顶点上面。
(3) 竖直地量出平板和底面之间的距离(如右图),所测得的距离就是圆锥的高。



5. 拓展探究。

把一张直角三角形硬纸的一条直角边贴在木棒上,快速转动木棒,看看转出来的是什么形状。

归纳总结

圆锥是由两部分组成的:一个底面和一个侧面。

- (1) 圆锥的底面是一个圆,有圆心、半径和直径。
(2) 侧面是一个曲面。
(3) 从圆锥的顶点到底面圆心的距离是圆锥的高,圆锥只有一条高。

易错举例

易错点 误认为圆锥的高有无数条。

例 判断:任意一个圆锥都有无数条高。(×)

思路分析 圆锥的高是从圆锥的顶点到底面圆心的距离,因为圆锥只有一个顶点和一个底面圆心,所以圆锥只有 1 条高。

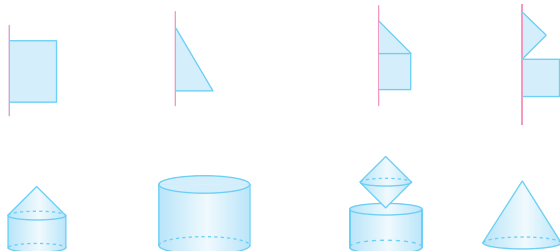


慧眼避误区 10

典题精讲

利用空间表象解答平面图形旋转成立体图形类问题

例 下面图形以红色线为轴快速旋转后会形成什么图形? 连一连。(教材第 35 页第 2 题)



方法宝盒

把一个平面图形绕着一条轴旋转一周,就形成一个立体图形。

分析 可以结合图形的特征找到对应的几何体,也可以按照图形用小棒和纸片做一个模型,快速旋转小棒,就会看到形成的图形。

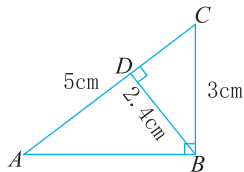


解答▶



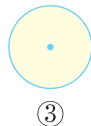
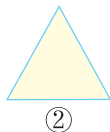
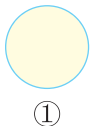
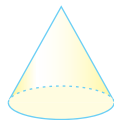
变式练一练

分别以直角三角形 ABC 的两条直角边所在的直线为轴, 旋转一周, 得到两个立体图形, 请你指出这两个立体图形的底面半径和高分别是多少。



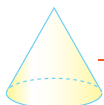
素养能力提升

例 如图是一个圆锥形学具, 分别从哪个角度观察这个学具时, 可以得到图①、图②和图③?

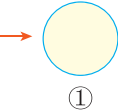


名师讲奥数 6

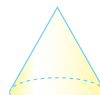
分析▶



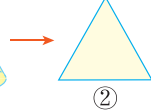
从底面看



①



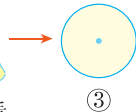
从侧面看



②



从上面看



③

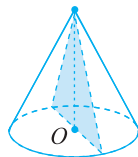
方法宝盒

观察圆锥时, 从不同的角度观察, 观察结果可能不同, 也可能相同。例如, 从正面和从侧面观察, 观察的结果是相同的三角形。

解答▶从底面观察, 可以得到图①; 从侧面观察, 可以得到图②; 从上面观察, 可以得到图③。

举一反三做一做

从一个底面半径是 4cm、高是 3cm 的圆锥的顶点垂直于底面切割圆锥, 切面是一个什么图形? 表面积增加多少平方厘米?



第 2 节 圆锥的体积

目标点击

1. 经历探索圆锥体积计算公式的推导过程, 掌握圆锥体积的计算方法。(重点)
2. 在推导圆锥体积计算公式的过程中进一步体验转化思想。(难点)
3. 能解决与圆锥体积有关的实际问题, 进一步培养动手操作能力。(难点)
4. 初步学会解决与圆锥体积有关的实际问题, 体会数学与生活的密切联系。



知识盘点

知识点一 圆锥体积计算公式的推导(重点)

情境导入(教材第33页例2)

我们已经会计算圆柱的体积,如何计算圆锥的体积呢?



知识大讲堂 16

圆锥的体积和圆柱的体积有没有关系呢?



圆柱的底面是圆,圆锥的底面也是圆……



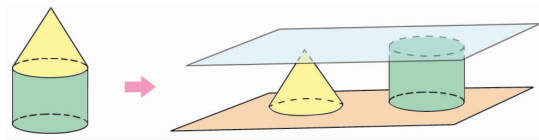
讲解过程

1. 理解题意:圆柱的底面是圆,圆锥的底面也是圆,圆锥的体积和圆柱的体积有没有关系呢?通过下面的试验,找到它们之间的关系,从而得出圆锥体积的计算方法。

2. 探究圆锥和圆柱之间的关系。

(1)准备好等底、等高的圆柱、圆锥形容器。

(2)用倒沙子或倒水的方法试一试。



我把圆柱装满水,再往圆锥里倒。

三次正好倒满。



正好倒了三次。

(3)通过试验发现:等底、等高的圆锥、圆柱的体积之间的关系是圆柱的体积是圆锥体积的3倍,圆锥的体积是圆柱体积的 $\frac{1}{3}$ 。

(4)推导圆锥体积的计算公式。

等底、等高的圆锥、圆柱:圆锥的体积 $=\frac{1}{3}$ 圆柱的体积

圆柱的体积=圆柱的底面积 \times 圆柱的高

用 V 表示圆锥的体积, S 表示圆锥的底面积, h 表示高:

圆锥的体积 $=\frac{1}{3} \times$ 圆锥的底面积 \times 圆锥的高

$$V_{\text{圆锥}} = \frac{1}{3} V_{\text{圆柱}} = \frac{1}{3} Sh$$

3. 拓展探究。

在一个圆柱和一个圆锥的底面积、高和体积中,任意两个量相等时,另一个量都有3倍的关系:

底面积和体积相等, $3 \times$ 圆柱的高=圆锥的高;高和体积相等, $3 \times$ 圆柱的底面积=圆锥的底面



积;底面积和高相等, $3\times$ 圆锥的体积=圆柱的体积。

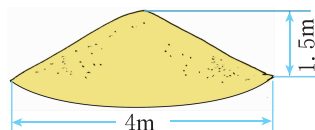
归纳总结

圆锥的体积 $=\frac{1}{3}$ 圆柱的体积 $=\frac{1}{3}$ 底面积 \times 高(注意:这里的圆锥与圆柱等底、等高),用字母表示是 $V=\frac{1}{3}Sh$ 。

知识点二 圆锥体积公式的应用(难点)

情境导入(教材第34页例3)

工地上有一堆沙子,近似于一个圆锥(如右图)。这堆沙子的体积大约是多少?如果每立方米沙子重1.5t,这堆沙子大约重多少吨?



讲解过程

1. 理解题意。

已知沙堆的底面直径是4m,高是1.5m,每立方米沙子重1.5t,求沙子的体积和质量。

2. 分析与思考。

先根据底面直径求出底面积,再利用公式 $V=\frac{1}{3}Sh$ 求出体积,最后结合每立方米沙子重1.5t,求出沙子的质量。

3. 规范解答。

沙堆的底面积: $3.14\times(4\div2)^2=12.56(\text{m}^2)$ 沙堆的体积: $\frac{1}{3}\times12.56\times1.5=6.28(\text{m}^3)$

沙堆的质量: $6.28\times1.5=9.42(\text{t})$

答:这堆沙子的体积大约是 6.28m^3 ,大约重9.42t。

归纳总结

已知圆锥的底面直径和高,可以直接利用公式 $V=\frac{1}{3}\pi\left(\frac{d}{2}\right)^2h$ 求圆锥的体积。

易错举例

易错点 忽略圆柱和圆锥体积关系成立的前提。

例 判断:圆锥的体积是圆柱体积的 $\frac{1}{3}$,圆柱的体积是圆锥体积的3倍。(×)



慧眼避误区 11

思路分析▶只有等底、等高的圆锥和圆柱,圆锥的体积才是圆柱体积的 $\frac{1}{3}$,否则,它们之间的关系是不确定的。

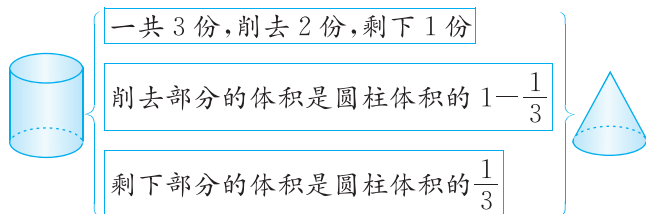
典题精讲

通过把份数转化为分率解答把一个圆柱削成最大的圆锥类问题。

例 把一个圆柱削成一个最大的圆锥,削去部分的体积是 50cm^3 ,原来圆柱的体积是多少立方厘米?削成的圆锥的体积是多少立方厘米?



分析▶把一个圆柱削成一个最大的圆锥,这个圆锥与圆柱等底、等高,可以用下图来描述。

**方法宝盒**

把一个圆柱削成一个最大的圆锥,圆锥的体积占1份,削去部分的体积占2份

解答▶圆柱的体积: $50 \div (1 - \frac{1}{3}) = 75(\text{cm}^3)$ 圆锥的体积: $50 \div 2 = 25(\text{cm}^3)$ 或 $75 \times \frac{1}{3} = 25(\text{cm}^3)$

答:原来圆柱的体积是 75cm^3 ,削成的圆锥的体积是 25cm^3 。

变式练一练

把一个圆柱削成一个最大的圆锥,圆锥的体积比圆柱的体积少 40cm^3 ,原来圆柱的体积是多少?

素养能力提升

例 把一个底面直径是 4cm、高是 6cm 的圆柱形钢坯熔铸成一个底面直径是 8cm 的圆锥形零件,这个零件的高是多少厘米?(熔铸损耗不计)

分析▶将圆柱形钢坯熔铸成一个圆锥形零件,形状变了,但是体积没有变,也就是圆柱的体积=圆锥的体积,根据这个等量关系,可以用方程来解答。

解答▶解:设这个零件的高是 $x\text{cm}$ 。

$$\frac{1}{3} \times 3.14 \times (8 \div 2)^2 \times x = 3.14 \times (4 \div 2)^2 \times 6$$

$$x = 4.5$$

答:这个零件的高是 4.5cm。

举一反三做一做

把一块底面周长是 12.56cm、高是 6cm 的圆柱形橡皮泥捏成一个与圆柱底面相等的圆锥形。请你算出它的高。

方法宝盒

把一个圆柱形零件熔铸成圆锥形零件时,熔铸前后的体积不变,形状改变。



名师讲奥数 7



微信扫码,立即获取

★数学知识专题讲解

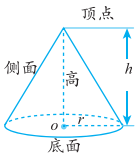
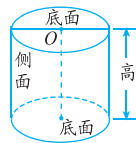
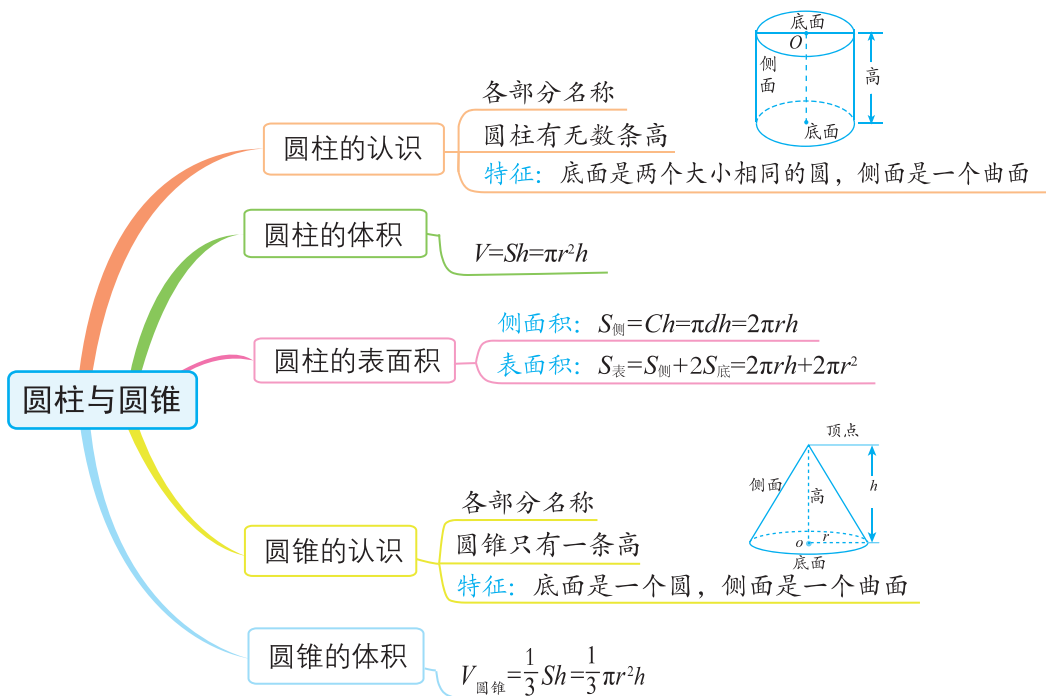
★名师1对1在线辅导

更有学习资料可以领取



第三单元核心考点归纳

智慧小锦囊



核心考点

考点 1 运用“推理法”解决有关圆柱的问题

例 1 一个圆柱的侧面展开图是一个正方形, 这个圆柱的底面直径和高的比是多少?

分析 圆柱的侧面展开图是一个正方形, 则这个圆柱的底面周长和高相等, 即底面周长是 πd , 高也是 πd 。写出圆柱的底面直径和高的比, 化简即可。

解答 底面直径 : 高 = $d : \pi d = 1 : \pi$

考点 2 根据叠放物体的特点, 求指挥台的表面积

例 2 路口的交警指挥台由 3 层大小不同的圆柱组成, 每层的高都是 20 厘米, 由下往上底面直径分别是 120 厘米、100 厘米和 80 厘米(如下图)。算一算这个交警指挥台的表面积(露出的部分)。

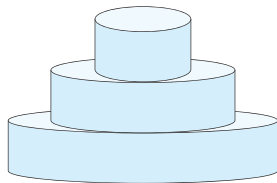
分析 从图中可以看出, 每个上层圆柱的下底都盖住了下一层圆柱与上一层圆柱下底一样大小的部分, 也就是说, 相邻两个圆柱共同减少了两个上层圆柱的底面, 因此交警指挥台的表面积就是底层圆柱的一个底面与 3 个圆柱的侧面积之和。

解答 底层圆柱的底面积: $3.14 \times (120 \div 2)^2 = 11304$ (平方厘米)

3 个圆柱的侧面积之和: $3.14 \times 120 \times 20 + 3.14 \times 100 \times 20 + 3.14 \times 80 \times 20 = 18840$ (平方厘米)

方法宝盒

如果一个圆柱的侧面展开图是一个正方形, 那么这个圆柱的底面周长和高相等。





交警指挥台的表面积： $11304 + 18840 = 30144$ (平方厘米)

答：这个交警指挥台的表面积是 30144 平方厘米。

考点 3 运用“比较法”解决圆柱的体积大小问题

例 3 小林要用一张长 18.84 厘米，宽 12.56 厘米的长方形纸围成一个圆柱，怎样围体积大？

分析▶ 用这张纸围成圆柱有两种围法：第一种围法是以长边为底面周长，以宽边为高；第二种围法是以长边为高，以宽边为底面周长。先分别计算出这两种围法围成的圆柱的体积，再比较大小。

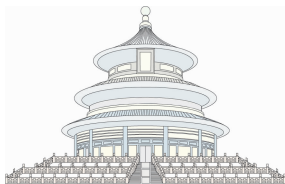
解答▶ 以长边为底面周长、宽边为高围成的圆柱的体积： $18.84 \div 3.14 \div 2 = 3$ (厘米)， $3.14 \times 3^2 \times 12.56 = 354.9456$ (立方厘米)；以长边为高、宽边为底面周长围成的圆柱的体积： $12.56 \div 3.14 \div 2 = 2$ (厘米)， $3.14 \times 2^2 \times 18.84 = 236.6304$ (立方厘米)， $354.9456 > 236.6304$ ，因此以长边为底面周长、宽边为高围成的圆柱体积大。

方法宝盒

以长边为底面周长、宽边为高，比以长边为高、宽边为底面周长围成的圆柱的体积大。

考点 4 运用圆锥的体积公式解决问题

例 4 天坛祈年殿塔的顶端近似于一个圆锥，它的底面周长是 18.84 米，高度是 6 米，求塔顶端的体积。



分析▶ 塔顶端近似于一个圆锥，求塔顶端的体积，就是求圆锥的体积。计算时先根据公式 $S = \pi(C \div \pi \div 2)^2$ 求出圆锥的底面积，再根据公式 $V = \frac{1}{3}Sh$ 求出圆锥的体积。

解答▶ 圆锥的底面积： $3.14 \times (18.84 \div 3.14 \div 2)^2 = 28.26$ (平方米)

圆锥的体积： $\frac{1}{3} \times 28.26 \times 6 = 56.52$ (立方米)

答：塔顶端的体积是 56.52 立方米。

考点 5 运用“转化法”解决复杂的圆柱和圆锥问题

例 5 一个圆柱形鱼缸，底面直径是 40 厘米，高是 25 厘米，里面盛了一些水，把一个底面半径为 10 厘米的圆锥形铁块放入鱼缸中（铁块全部浸入水中），鱼缸内水面升高了 2 厘米。这个圆锥形铁块的高是多少厘米？（鱼缸厚度不计）

分析▶ 把圆锥形铁块放入鱼缸中（铁块全部浸入水中），鱼缸内水面升高 2 厘米，升高的那部分水的体积就等于放入水中的圆锥形铁块的体积。根据圆柱的体积公式 $V = \pi \left(\frac{d}{2}\right)^2 h$ ，求出升高的那部分水的体积，也就求出了圆锥形铁块的体积，根据圆锥的体积计算公式

$V = \frac{1}{3}Sh$ 可求出圆锥形铁块的高。

解答▶ $3.14 \times (40 \div 2)^2 \times 2 \div 3 \div (3.14 \times 10^2) = 24$ (厘米)

答：这个圆锥形铁块的高是 24 厘米。

方法宝盒

鱼缸内水面升高的那部分水的体积等于放入水中的圆锥形铁块的体积。

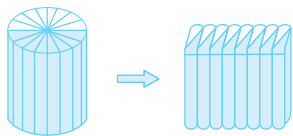


第三单元演练

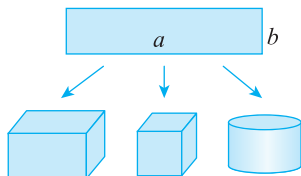
(时间:60 分钟 分数:_____)

一、填空题。(20 分)

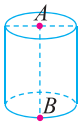
1. 一个圆柱和一个圆锥的底面积和体积分别相等,如果圆柱的高是 12dm,那么圆锥的高是()dm。
2. 把一个体积是 24cm^3 的圆柱削成一个最大的圆锥,削去部分的体积是() cm^3 。
3. 一个圆柱的侧面展开图是一个边长为 12.56dm 的正方形,这个圆柱的底面直径是()dm,高是()dm。
4. 如下图,把一个直径 4cm、高 10cm 的圆柱沿底面直径平均分成若干份,然后把圆柱切开并拼成一个与它等底、等高的近似长方体。这个长方体的表面积比圆柱的表面积增加了() cm^2 。



5. 一个圆锥的底面周长是 6.28cm,高是 15cm,体积是() cm^3 ,与它等底、等高的圆柱的体积是() cm^3 。
6. 把一根长为 4m 的圆柱形木料锯成两段后,表面积增加 1.2m^2 ,原来圆柱形木料的体积是() m^3 。
7. 一个圆锥的体积是 8dm^3 ,底面积是 2dm^2 ,它的高是()dm。
8. 如右图所示,以长方形的长 a 作底面周长,宽 b 作高,分别围成一个长方体、正方体和圆柱,分别给它们另做一个底面,这三个图形相比,容积最大的是()。



二、判断题。(10 分)

1. 一个容器的体积就是它的容积。()
2.  图中 AB 是圆柱的高。()
3. 等底、等高的圆柱和圆锥,如果圆柱的体积是 27m^3 ,那么圆锥的体积就是 9m^3 。()
4. 表面积相等的两个圆柱,它们的体积不一定相等。()
5. “做圆柱形通风管需要多少铁皮”是求这个圆柱的侧面积。()

三、选择题。(10 分)

1. 直径和高相等的圆柱,侧面沿着高剪开后是一个()。
A. 长方形 B. 正方形
C. 圆 D. 平行四边形
2. 一根圆柱形水管,内直径是 20cm,水在管内流速是每秒 40cm,水管内每秒流过的水是() cm^3 。
A. 62.8 B. 2512 C. 12560 D. 125.6
3. 把一个正方体木块加工成最大的圆柱,最大的圆柱的底面直径是 10cm,这个正方体的体积是() cm^3 。
A. 8000 B. 4000 C. 1000 D. 314
4. 24 个完全相同的圆锥形实心铁块可以熔铸成()个与它们等底、等高的圆柱形实心铁块。
A. 4 B. 8 C. 12 D. 72
5. 把一个底面直径是 12cm、高是 9cm 的圆锥形木块沿着高从中间切开,分成两个完全一样的半圆锥形木块,表面积比原来增加() cm^2 。
A. 54 B. 108 C. 226.08 D. 100.48

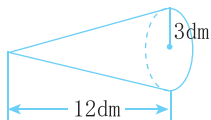


四、读图计算。(12分)

1. 计算圆柱的表面积和体积。(8分)

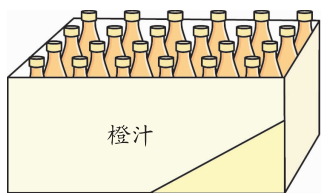


2. 计算圆锥的体积。(4分)



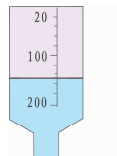
五、解决问题。(48分)

1. 橙汁罐为圆柱形,底面直径为 6cm,高为 11cm。将 24 罐橙汁放入箱内,这个箱子的长、宽、高分别是多少厘米?(箱子厚度忽略不计)(8分)

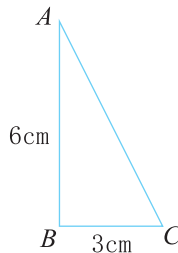


2. 为提高青少年的节水意识,新区学校正在创建“节水型”校园。已知一个内直径是 2cm 的水管,水管内水的流速是每秒 8dm,小军去洗手时,忘记了关水龙头,这样 5 分钟会浪费多少升水?(8分)

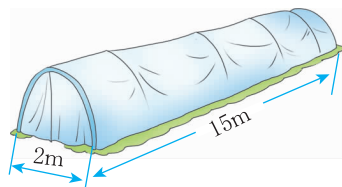
3. 一个有 200mL 药液的吊瓶,每分钟输液 2.5mL,请你观察 40 分钟后吊瓶上的数据(如图),求出整个吊瓶的容积。(8分)



4. 把直角三角形 ABC 沿着 AB 边和 BC 边分别旋转一周,得到两个圆锥,以哪条边为轴旋转得到的体积大? 大多少?(9分)



5. 一个用塑料膜覆盖的蔬菜大棚,长 15m,横截面是一个直径 2m 的半圆。(15分)



- (1) 这个大棚的种植面积是多少平方米?
- (2) 覆盖在大棚上的塑料薄膜大约有多少平方米?
- (3) 大棚内的空间有多大?



四 比 例

比 例

知识技能

1. 理解比例的意义、基本性质，会根据比例的基本性质解比例
2. 理解正、反比例的意义并能进行判断是否成正、反比例关系
3. 认识正比例关系图象，会画正比例关系图象，能根据图象找出或估计出另一个量的值
4. 了解比例尺，会求平面图形的比例尺，能根据比例尺求图上距离、实际距离
5. 认识放大、缩小现象，能根据比例将图形放大或缩小
6. 能运用正、反比例知识解决简单的实际问题

数学思考

1. 通过观察、比较、判断、归纳等方法掌握比例、正反比例、比例尺、放大与缩小等概念
2. 在运用比例知识解决实际问题的过程中，加深对比例、正反比例、比例尺、放大与缩小等概念的理解

问题解决

1. 经历运用比例知识解决实际问题的过程，培养观察、计算、发现等能力
2. 在解决正、反比例问题的过程中，提高分析问题、解决问题的能力

情感态度

渗透函数思想，体验运用比例知识解决实际问题的乐趣，培养灵活的思维能力，激发学习数学的兴趣





1 比例的意义和基本性质

第1节 比例的意义和基本性质

目标点击

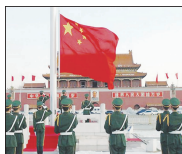
1. 理解并掌握比例的意义、比例的基本性质,了解比例各个部分的名称。(重点)
2. 会根据比例的意义判断两个比能否组成比例。(难点)
3. 能根据比例的基本性质判断两个比能否组成比例,并能按要求写出比例。(难点)
4. 感受比例知识在生活中的应用,体会数学与生活的密切联系。

知识盘点

知识点一 比例的意义(重点)

情境导入(教材第40页情景图)

下图中操场上和教室里的两面国旗长和宽的比值有什么关系?



国旗长5m, 宽 $\frac{10}{3}$ m。 国旗长2.4m, 宽1.6m。 国旗长60cm, 宽40cm。

讲解过程

1. 理解题意:这几幅图中都有中华人民共和国国旗,它们的长和宽分别为5m和 $\frac{10}{3}$ m、2.4m和1.6m、60cm和40cm,所求的问题是操场上和教室里的两面国旗长和宽的比值有什么关系。

2. 分别求出学校里的两面国旗的长和宽的比并求出比值。

操场上的国旗: $2.4 : 1.6 = \frac{3}{2}$ 教室里的国旗: $60 : 40 = \frac{3}{2}$

根据求出的比值发现:这两个比的比值相等,可以将这两个比用“=”连接,写成一个等式,即

$$2.4 : 1.6 = 60 : 40 \text{ 或 } \frac{2.4}{1.6} = \frac{60}{40}.$$

3. 认识比例:像 $2.4 : 1.6 = 60 : 40$ 或 $\frac{2.4}{1.6} = \frac{60}{40}$ 这样,表示两个比相等的式子叫做比例。

4. 拓展探究:在上面的三面国旗尺寸中,任选两面国旗分别写出每面国旗长和宽的比并求出比值,看看是否可以组成比例。

归纳总结

1. 表示两个比相等的式子叫做比例,用字母表示是 $a : b = c : d$ 或 $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ (a, b, c, d 均不为0)。
2. 判断两个比能不能组成比例,关键要看它们的比值是否相等。若比值相等,则能组成比例;若比值不相等,则不能组成比例。



知识大讲堂 17



知识点二 比例各个部分的名称(重点)

情境导入(教材第41页)

在比例 $2.4 : 1.6 = 60 : 40$ 中,各个部分的名称分别是什么?

讲解过程

1. 比例的项、内项和外项的含义。

在比例中,组成比例的四个数叫做比例的项,如下面的 2.4、1.6、60 和 40 都是比例的项,两端的两项 2.4 和 40 叫做比例的外项,中间的两项 1.6 和 60 叫做比例的内项。

如: $2.4 : 1.6 = 60 : 40$

如果把上面的比例写成分数形式 $\frac{2.4}{1.6} = \frac{60}{40}$, 2.4 和 40 仍然是外项, 1.6 和 60 仍然是内项。

2. 规范解答。

在比例 $2.4 : 1.6 = 60 : 40$ 中, 2.4 和 40 叫做比例的外项, 1.6 和 60 叫做比例的内项。

归纳总结

1. 组成比例的四个数,叫做比例的项。
2. 比例中,两端的两项叫做比例的外项,中间的两项叫做比例的内项。

知识点三 比例的基本性质(重难点)

情境导入(教材第41页例1)

计算下面比例中两个外项的积和两个内项的积。比较一下,你能发现什么?

(1) $2.4 : 1.6 = 60 : 40$ (2) $\frac{3}{5} = \frac{9}{15}$

讲解过程

1. 理解题意:题中给出了两组比例式,需要求出每组比例中两个外项的积和两个内项的积,并看看有什么发现。

2. 计算、发现。

$$\left. \begin{array}{l} (1) 2.4 \times 40 = 96 \\ 1.6 \times 60 = 96 \end{array} \right\} 2.4 \times 40 = 1.6 \times 60$$

$$\left. \begin{array}{l} (2) 3 \times 15 = 45 \\ 5 \times 9 = 45 \end{array} \right\} 3 \times 15 = 5 \times 9$$

发现:两个外项的积等于两个内项的积。

3. 拓展探究:判断在其他的比例中,是否也存在两个外项的积等于两个内项的积的规律,请试着举例验证一下。

归纳总结

在比例里,两个外项的积等于两个内项的积,这叫做比例的基本性质。用字母表示:如果 $a : b = c : d$ (a, b, c, d 均不为 0), 那么 $ad = bc$ 。



知识大讲堂 18

**知识点四** 应用比例的基本性质判断两个比能否组成比例(重点)**情境导入** (教材第 41 页做一做)

应用比例的基本性质,判断下面哪组中的两个比可以组成比例。

(1) $6:3$ 和 $8:5$ (2) $0.2:2.5$ 和 $4:50$ (3) $\frac{1}{3}:\frac{1}{6}$ 和 $\frac{1}{2}:\frac{1}{4}$ (4) $1.2:\frac{3}{4}$ 和 $\frac{4}{5}:5$

讲解过程**1. 理解题意:** 题中给出了四组比,要求应用比例的基本性质判断每组中的两个比能否组成比例。**2. 假设尝试:** 应用比例的基本性质,假设都可以组成比例,先求出每组中的两个内项的积,再求出两个外项的积,最后看它们是否相等,如果相等,则可以组成比例;如果不相等,则不能组成比例。**3. 规范解答。**(1) $3 \times 8 = 24$, $6 \times 5 = 30$, 24 不等于 30 , 所以 $6:3$ 和 $8:5$ 不能组成比例。(2) $2.5 \times 4 = 10$, $0.2 \times 50 = 10$, 10 等于 10 , 所以 $0.2:2.5$ 和 $4:50$ 可以组成比例。(3) $\frac{1}{6} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{12}$, $\frac{1}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$, $\frac{1}{12}$ 等于 $\frac{1}{12}$, 所以 $\frac{1}{3}:\frac{1}{6}$ 和 $\frac{1}{2}:\frac{1}{4}$ 可以组成比例。(4) $\frac{3}{4} \times \frac{4}{5} = \frac{3}{5}$, $1.2 \times 5 = 6$, $\frac{3}{5}$ 不等于 6 , 所以 $1.2:\frac{3}{4}$ 和 $\frac{4}{5}:5$ 不能组成比例。**归纳总结**

先假设两个比能组成比例,再分别算出它们内、外项的积,如果内、外项的积相等,则能组成比例;如果内、外项的积不相等,则不能组成比例。

易错举例**易错点** 混淆比和比例的意义,把比理解成比例或把比例理解成比。**例** 判断: $a:b$ 是比例。(×)**思路分析** 把比和比例混淆了。比表示的是两个数的相除关系,所以有 2 个量;比例表示的是两个比的相等关系,有 4 个量。

慧眼避误区 12

典题精讲**逆用比例的基本性质把等积式改写成比例式。****例** 把下面的等式改写成比例。(教材第 44 页第 14 题)

(1) $3 \times 40 = 8 \times 15$ (2) $2.5 \times 0.4 = 0.5 \times 2$

分析 等号左边任意选取一个数,用这个数分别比等号右边的每一个数,得到两个比例,这样可以写出 4 组,所以一共可以写出 8 个比例式。**解答** (1) $3:8=15:40$ $3:15=8:40$ $40:8=15:3$ $40:15=8:3$

$8:3=40:15$ $8:40=3:15$ $15:3=40:8$ $15:40=3:8$

(2) $2.5:0.5=2:0.4$ $2.5:2=0.5:0.4$ $0.4:0.5=2:2.5$ $0.4:2=0.5:2.5$

$2:0.4=2.5:0.5$ $2:2.5=0.4:0.5$ $0.5:0.4=2.5:2$ $0.5:2.5=0.4:2$

方法宝盒

一个等积式,一般可以写出 8 个比例式。



变式练一练

根据 $0.9 \times 5 = 4.5 \times 1$ 写出 4 个不同的比例。

$$\begin{aligned} () : () &= () : () & () : () &= () : () \\ () : () &= () : () & () : () &= () : () \end{aligned}$$

素养能力提升

例 用下图中的 4 个数据可以组成多少个比例?

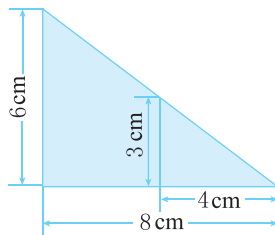
分析 可以先组成比,再看哪些比的比值相等,接着组成比例,最后调换比例的内项和外项得到其他比例。

解答 一共可以组成 8 个比例,分别是

$$\begin{aligned} 6 : 3 &= 8 : 4 & 3 : 6 &= 4 : 8 \\ 6 : 8 &= 3 : 4 & 8 : 6 &= 4 : 3 \\ 8 : 4 &= 6 : 3 & 4 : 8 &= 3 : 6 \\ 3 : 4 &= 6 : 8 & 4 : 3 &= 8 : 6 \end{aligned}$$

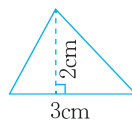
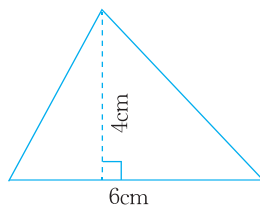


名师讲奥数 8



举一反三做一做

你能根据下图中的数据写出几个不同的比例吗?



第 2 节 解 比 例

目标点击

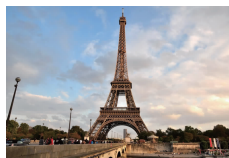
1. 理解解比例的意义,明确解比例就是求比例中的未知项。(重点)
2. 能根据比例的基本性质正确地解不同形式的比例。(难点)
3. 能运用解比例的方法解决生活中简单的比例问题。(难点)
4. 初步学会用比例知识解决生活中的实际问题,提高解决问题的能力。

知识盘点

知识点一 解比例(难点)

情境导入(教材第 42 页例 2)

法国巴黎的埃菲尔铁塔高度约 320m。北京的世界公园里有一座埃菲尔铁塔的模型,它的高度与原塔高度的比是 $1 : 10$ 。这座模型高多少米?



讲解过程

1. 理解题意:已知埃菲尔铁塔的实际高度是 320m,模型高度与实际高度的比是 $1 : 10$,求模型的高度。
2. 分析思考:根据问题设模型高度为 x m,找到隐含的比例关系,模型高度 : 实际



知识大讲堂 19



高度 = 1 : 10, 列出比例式 $x : 320 = 1 : 10$, 先根据比例的基本性质, 将比例转化为外项乘积等于内项乘积的形式, 再求出未知数的值。

3. 解比例的概念: 根据比例的基本性质, 如果已知比例中的任意三项, 就可以求出这个比例中的另外一个未知项。求比例中的未知项, 叫做解比例。

4. 规范解答。

解: 设这座模型高 x m。

$$x : 320 = 1 : 10$$

$$10x = 320 \times 1 \quad \longrightarrow \text{根据比例的基本性质将比例式转化为外项}$$

$$x = 32 \quad \text{之积等于内项之积的形式。}$$

答: 这座模型高 32 m。

归纳总结

列比例式的关键是找到对应关系的两个比, 解比例的依据是比例的基本性质。

知识点二 解分数形式的比例(难点)

情境导入 (教材第 42 页例 3)

解比例 $\frac{2.4}{1.5} = \frac{6}{x}$ 。

讲解过程

1. 理解题意: 本题是解分数形式的比例, 跟解常规的比例一样, 根据比例的基本性质把比例转化为两个外项的积等于两个内项的积的形式, 然后进行解答即可。

2. 解答。

$$\frac{2.4}{1.5} = \frac{6}{x}$$

$$\text{解: } 2.4x = 1.5 \times 6$$

$$x = \frac{1.5 \times 6}{2.4}$$

$$x = 3.75$$

归纳总结

根据比例的基本性质解比例, 先把比例转化为两个外项的积与两个内项的积相等的形式, 即以前学过的方程, 再通过解方程求出未知数的值。



思想方法

根据比例的基本性质, 把含有未知项的比例转化成“外项之积=内项之积”的形式时, 解比例问题就变成了一般的解方程问题, 这体现了转化思想。



知识大讲堂 20



小提示

解比例时, 先分清内外项, 一般把 x 写在等号的左边, 这样便于解方程。

易错举例

易错点 解比例时, 为了计算简便, 错把比例的外项与内项相乘。

例 判断: 解比例时, 为了计算简便, 可以把内项和外项相乘。(×)

思路分析 比例的基本性质是两个内项的积等于两个外项的积, 不能为了简算而把内项和外项相乘。



慧眼避误区 13



典题精讲

运用对应法组成比例解答模型高度问题。

对应法

例 育新小区1号楼的实际高度为35m,它的高度与模型高度的比是500:1。模型的高度是多少厘米?(教材第44页第13题)

运用对应法解答比例问题的关键是找到对应比,这样才可以得到比例并求解。

分析▶先找到已知信息和问题,设模型高度是 x m,再根据“物体的实际高度:模型的高度=500:1”列出比例并解比例,求出高度,最后转化单位。

解答▶解:设模型的高度是 x m。

$$35:x=500:1$$

$$500x=35\times 1$$

$$x=0.07$$

$$0.07\text{m}=7\text{cm}$$

答:模型的高度是7cm。



小提示

先列出比例,再解比例。

变式练一练

汽车厂生产了一批汽车模型,模型长度与实际长度之比为1:12。汽车模型长24.92cm,它的实际长度是多少?

素养能力提升

例 A、B两种商品的价格比是7:3,如果它们的价格分别上涨70元,它们的价格比就变为7:4,这两种商品原来的价格各是多少元?

分析▶根据A、B两种商品的价格比是7:3,可以假设A商品原来的价格是 $7x$ 元,则B商品原来的价格是 $3x$ 元。两种商品的价格分别上涨70元,也就是A商品现在的价格是 $(7x+70)$ 元,B商品现在的价格是 $(3x+70)$ 元。现在A、B两种商品的价格比是 $(7x+70):(3x+70)$ 。又知它们的价格比是7:4,这样就可以组成一个比例 $(7x+70):(3x+70)=7:4$,求出比例中的 x 后,再分别求出 $7x$ 、 $3x$ 的值即可。



名师讲奥数 9

解答▶解:设A商品原来的价格是 $7x$ 元,则B商品原来的价格是 $3x$ 元。

$$(7x+70):(3x+70)=7:4$$

$$(7x+70)\times 4=(3x+70)\times 7$$

$$28x+280=21x+490$$

$$7x=210$$

$$x=30$$

$$7x=7\times 30=210$$

$$3x=3\times 30=90$$

答:A商品原来的价格是210元,B商品原来的价格是90元。

方法宝盒

解答比的前项、后项同时变化的比例问题时,要注意对应量的变化情况。

举一反三做一做

下列说法正确吗?如果不正确请改正。

甲:在比例 $A:3=B:7$ 中(A 、 B 均不为0),如果将第一个比的后项加上6,要使比例仍成立,那么第二个比的后项也需要加上6。

乙:比例的内项之和与外项之和的差一定是0。



2 正比例和反比例

第1节 正比例

目标点击

1. 理解正比例的意义,会判断两种相关联的量是不是成正比例关系。(重点)
2. 了解正比例图象的特征,能根据图象解答简单的正比例问题。(难点)
3. 结合正比例图象的特征,进一步体验数学中的数形结合思想。(难点)
4. 初步学会用正比例图象解决生活中的问题,体会数学与生活的密切联系。

知识盘点

知识点一 正比例的意义(重点)

情境导入(教材第45页例1)

文具店有一种彩带,销售的数量与总价的关系如下表。

数量/m	1	2	3	4	5	6	7	8	...
总价/元	3.5	7	10.5	14	17.5	21	24.5	28	...

观察上表,回答下面的问题。

- (1)表中有哪两种量?
- (2)总价是怎样随着数量的变化而变化的?
- (3)相应的总价与数量的比分别是多少? 比值是多少?

讲解过程

1. 观察上表,理解题意。

- (1)总价随着数量的变化而变化,它们是两种相关联的量。
- (2)数量增加,总价也随之增加;数量减少,总价也随之减少。
- (3) $\frac{3.5}{1} = \frac{7}{2} = \frac{10.5}{3} = \dots = 3.5$

2. 总结规律:总价和数量的比值一定,也就是 $\frac{\text{总价}}{\text{数量}} = \text{单价(一定)}$ 。

因为单价一定,所以总价随着数量的变化而变化。但无论怎样变化,总价和相对应数量的比值一定。因为总价和数量有这样的变化关系,所以我们就说总价和数量成正比例关系,总价和数量叫做成正比例的量。

3. 概括正比例的意义:两种相关联的量,一种量变化,另一种量也随着变化,如果这两种量中相对应的两个数的比值一定,这两种量就叫做成正比例的量,它们的关系叫做正比例关系。

如果用字母 x 和 y 表示两种相关联的量,用 k 表示它们的比值(一定),正比例关系可以用式子 $\frac{y}{x} = k(\text{一定})$ 表示。

4. 规范解答。

- (1)表中有数量和总价两种量。



知识大讲堂 21



(2)数量增加,总价增加,反之,数量减少,总价减少,总价随着数量的变化而变化,总价和数量是两种相关联的量。

$$(3) \frac{3.5}{1} = \frac{7}{2} = \frac{10.5}{3} = \dots = 3.5$$

归纳总结

1. 两种相关联的量,一种量变化,另一种量也随着变化,如果这两种量中相对应的两个数的比值一定,这两种量就叫做成正比例的量,它们的关系叫做正比例关系。

2. 如果用字母 y 和 x 表示两种相关联的量,用 k 表示它们的比值(一定),正比例关系可以用式子 $\frac{y}{x} = k$ (一定)表示。

知识点二 正比例关系图象(难点)

情境导入(教材第46页)

总价和数量的变化情况还可以用右面的图象表示。

根据图象回答下面的问题:

(1)从图中你发现了什么?

(2)把数对(10,35)和(12,42)所在的点描出来,并和上面的图象连起来并延长,你还能发现什么?

(3)不计算,根据图象判断,如果买9m彩带,总价是多少?49元能买多少米彩带?

(4)小明买的彩带的米数是小丽的2倍,他花的钱是小丽的几倍?

讲解过程

1. 理解题意:总价和数量是一对成正比例关系的量,把每一对数据描在方格图中并连接起来是一条经过(0,0)的直线,这就是正比例关系图象。

2. 观察并总结正比例关系图象的特点。

(1)它是一条经过(0,0)的直线。

(2)图象中横轴上的数据表示数量,纵轴上的数据表示总价,数量和它对应的总价每一对数据都可以用一个点来表示。

(3)从图象上可以直观地看到数量与总价之间的变化情况,即数量增加,总价也随着增加。

3. 观察图象解决问题。

(1)从图中可以发现数量和对应的总价都可以用一个点表示。

(2)通过描点和延长,可以发现这些点都在一条直线上。

(3)买9m彩带总价是31.5元,49元能买14m彩带。

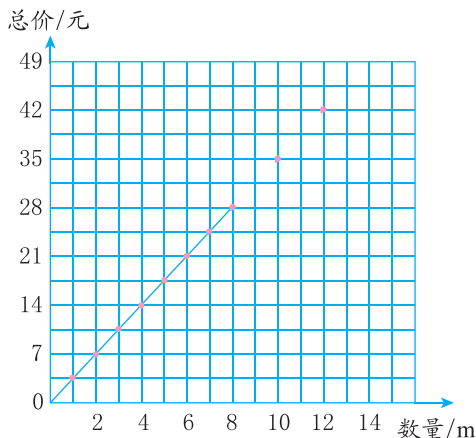
(4)小明买的彩带的米数是小丽的2倍,他花的钱是小丽的2倍。

归纳总结

正比例关系图象是一条经过(0,0)的直线。从图象中,可以直观地看到两种量的变化情况,不用计算,由一种量的值可以直接找到对应的另一种量的值。



知识大讲堂 22





易错举例

易错点 两种相关联的量的和、差一定,错误地认为这两种量也成正比例关系。

例 判断:两种相关联的量的和或差一定,这两种量成正比例关系。(×)

思路分析▶只有两种相关联的量的比值一定时,这两种量才成正比例关系。



慧眼避误区 14

典题精讲

利用图象法解答正比例问题。

图象法

例 下面的图象表示斑马和长颈鹿的奔跑情况。(教材第52页第14题)

速度一定,路程和时间成正比例关系。

(1)斑马的奔跑路程与奔跑时间是否成正比例关系?长颈鹿呢?

(2)估计一下,两种动物18分钟各跑多少千米?

(3)从图象上看,斑马跑得快还是长颈鹿跑得快?

分析▶(1)判断斑马、长颈鹿奔跑的路程和奔跑时间是否成正比例关系,根据正比例的意义要看它们的比值是否一定。

从图中选几个点,用路程除以时间,看结果(速度)是否相等,如果相等,则成正比例关系;如果不相等,则不成正比例关系。

(2)方法一:通过图象直接估计。

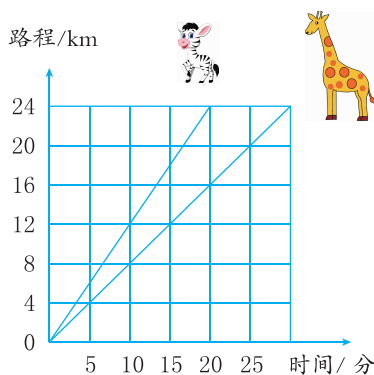
先在横轴上找到18分钟的位置,再在图象上找到对应的点,分别在纵轴上找与这两个点对应的数值。

方法二:通过计算得出。

从图象上可以得知斑马10分钟跑12km,那么1分钟跑1.2km,18分钟跑 $1.2 \times 18 = 21.6$ (km),同理,计算出长颈鹿18分钟跑的路程是14.4km。

方法三:根据它们成正比例关系先列出比例,再解比例。

(3)对比相同时间斑马和长颈鹿跑的路程来判断即可。如长颈鹿10分钟跑了8km,斑马10分钟跑了12km,因此斑马跑得快。



解答▶(1)因为 $\frac{12}{10} = 1.2$, $\frac{24}{20} = 1.2$,即路程与时间的比值一定,所以斑马的奔跑路程和奔跑时间成正比例关系。同理,可以得出长颈鹿的奔跑路程和奔跑时间也成正比例关系。

(2)斑马18分钟跑21.6km;长颈鹿18分钟跑14.4km。

(3)从图象上可以看出,长颈鹿10分钟跑了8km,斑马10分钟跑了12km,因此斑马跑得快。

变式练一练

某列火车行驶的路程和时间的关系如下:

时间/时	1	2	3	...
路程/km	120	240	360	...

这列火车行驶的路程和时间成正比例关系吗?为什么?



小提示

可以根据正比例的意义判断两种量是否成正比例关系。

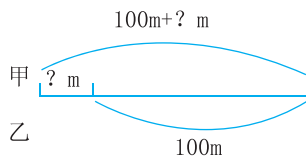
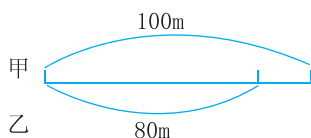


素养能力提升

例 甲、乙两人进行百米赛跑,当甲到达终点时,乙在甲后面 20m,如果两人各自的速度不变,要使甲、乙同时到达终点,甲的起跑线应该后移多少米?

分析▶ 可以将题意用下面的示意图来表示:

读图可以得出:当甲到达终点时,乙距终点还有 20m,也就是甲跑 100m,乙才跑 80m,甲、乙的速度不变,设乙到达终点时,甲一共跑了 x m,由题意得: $100:80=x:100$,解比例即可。



解答▶ 解:设乙到达终点时,甲一共跑了 x m。

$$100:80=x:100$$

$$5:4=x:100$$

$$4x=500$$

$$x=125$$

因此甲的起跑点要向后移动: $125-100=25$ (m)

答:甲的起跑线应该后移 25m。

方法宝盒

根据对应法列比例式,求出乙到达终点时甲所跑的路程是解答此题的关键。

举一反三做一做

甲、乙两人进行百米赛跑,当甲跑到终点时,乙距离终点有 10m。如果甲的起跑线后移 10m,两人速度不变重新比赛,谁先到达终点?

第 2 节 反 比 例

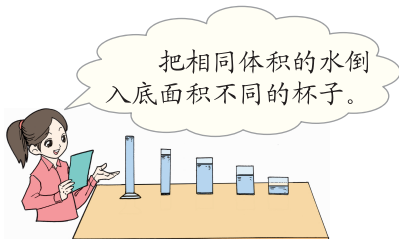
目标点击

1. 理解反比例的意义,掌握成反比例的量 3. 在学习反比例的意义过程中,提高观察、分析、比较、抽象、迁移等能力。(重点)
2. 能根据反比例的意义判断两种量是否成反比例关系。(难点)
4. 初步学会用反比例知识解决生活中的实际问题。

知识盘点

知识点 反比例的意义(重点)

情境导入(教材第 47 页例 2)



杯子的底面积与水的高度的变化情况如下表。

杯子的底面积/ cm^2	10	15	20	30	60	...
水的高度/cm	30	20	15	10	5	...



知识大讲堂 23



观察上表,回答下面的问题:

- (1)表中有哪两种量? (2)水的高度是怎样随着杯子底面积的大小变化而变化的?
(3)相对应的杯子的底面积与水的高度的乘积分别是多少?

► 讲解过程

1. 观察图表,理解题意:题中给出了“把相同体积的水倒入底面积不同的杯子”的实验结果,要求根据实验结果和杯子的底面积与水的高度变化情况表回答问题。

2. 分析解答。

(1)表中给出了杯子的底面积和水的高度两种相关联的量。

(2)观察水的高度如何随着底面积的变化而变化。

把相同体积的水倒入底面积不同的杯子,从左向右看表格中的数据,杯子的底面积越大,水的高度越低;从右向左看表格中的数据,杯子的底面积越小,水的高度越高。

(3)计算并比较两种量中相对应的两个数的乘积。

$$10 \times 30 = 15 \times 20 = 20 \times 15 = 30 \times 10 = 60 \times 5 = 300$$

水的高度和底面积的乘积一定,这个乘积就是水的体积,所以,高度 \times 底面积=体积(一定)。

3. 反比例的意义。

水的体积一定,水的高度随着杯子底面积的变化而变化,底面积增加,高度降低;底面积减少,高度升高,无论怎样变化,高度和底面积的乘积是一定的。

像上面这样,水的高度和杯子的底面积是两种相关联的量。如果这两种量中相对应的两个数的乘积一定,这两种量就叫做成反比例的量,它们的关系叫做反比例关系。

上面的实验中,高度和底面积是成反比例的量,高度和底面积成反比例关系。

如果用字母 x 和 y 表示两种相关联的量,用 k 表示它们的积(一定),反比例关系可以表示为 $xy=k$ (一定)。

4. 拓展探究。

因为单价 \times 数量=总价,所以如果总价一定,那么单价与数量就成反比例关系。

因为长 \times 宽=面积(一定),所以如果长方形面积一定,则长和宽成反比例关系。

根据反比例的意义,你能再举出几个生活中反比例关系的例子吗?

► 归纳总结

1. 两种相关联的量,一种量变化,另一种量也随着变化,如果这两种量中相对应的两个数的乘积一定,这两种量就叫做成反比例的量,它们的关系叫做反比例关系。如果用字母 x 和 y 表示两种相关联的量,用 k 表示它们的积(一定),反比例关系可以表示为 $xy=k$ (一定)。

2. 判断两种量是否成反比例关系,先看这两种量是不是相关联的量,如果是,再看它们的乘积是否一定,若乘积一定,则两种量成反比例关系;若乘积不一定,则两种量不成反比例关系。

易错举例

易错点 当两种量的和一定时,误以为这两种量成反比例关系。

例 判断:当两种量的和一定时,一个量变大,另一个量变小,这两种量成反比例关系。(×)

思路分析 只有两种相关联的量的乘积一定时,它们才成反比例关系。



慧眼误区 15



典题精讲

根据反比例的意义解答表格型反比例问题。

例 下表中 x 和 y 两个量成反比例关系,请把表格填写完整。

(教材第 51 页第 10 题)

x	2	$\frac{1}{5}$		40	
y	5		0.1		$\frac{5}{6}$

方法宝盒

解答此类问题时,先根据给出的一组对应数据求出这两个量的乘积,再求出其他的未知量。

分析▶ 因为 x 和 y 两个量成反比例关系,所以 x 和 y 的积一定。根据表格中的第一组数据, $x=2, y=5$, 可以求出 $x \times y=10$, 然后根据表格中的另一个数据, 替换“ $x \times y=10$ ”中的一个变量, 求出另一个变量的值。

解答▶ 50 100 0.25 12

变式练一练

把 48 个皮球平均分给不同数量的班级,先填表,再回答问题。

分给班级的个数	3	4	6	8	12
每班分得皮球的个数					

分给班级的个数和每班分得皮球的个数是否成反比例关系? 为什么?

素养能力提升

例 如图,已知空白部分的面积,求阴影部分的面积。(单位: cm^2)

分析▶ 设阴影部分的面积为 $x \text{ cm}^2$ 。面积是 15 cm^2 和 30 cm^2 所在的长方形的面积的比是 $1:2$,这个比也是阴影部分与面积为 48 cm^2 的长方形的面积比,据此,可以得到一个比例式, $x:48=15:30$,解之即可求出阴影部分的面积。

解答▶ 解:设阴影部分的面积是 $x \text{ cm}^2$ 。

$$x:48=15:30$$

$$30x=48 \times 15$$

$$x=24$$

答:阴影部分的面积是 24 cm^2 。

举一反三做一做

求右图中阴影部分的面积。(单位: cm^2)

36	15
?	23

方法宝盒

解答与几何图形相关的面积计算类问题时,要仔细观察图形,找到图形整体与部分、部分与部分之间隐含的关系。



名师讲奥数 11



微信扫码,立即获取

★数学知识专题讲解

★名师1对1在线辅导

更有学习资料可以领取



3 比例的应用

第1节 比例尺

目标点击

1. 认识比例尺,理解比例尺的意义:比例尺=图上距离:实际距离。(重点)
2. 掌握比例尺的形式和分类,会进行不同形式的比例尺之间的转化。(难点)
3. 根据比例尺= $\frac{\text{图上距离}}{\text{实际距离}}$,会求一幅地图的比例尺。(难点)
4. 初步学会解决生活中的比例尺问题,体会比例尺与生活的密切联系。

知识盘点

知识点一 比例尺的认识(重点)

情境导入(教材第53页)

- (1)什么是比例尺?
- (2)它有几种表示方法?

讲解过程

1. 解决问题(1):在绘制地图或其他平面图的时候,一般要把实际距离按一定的比缩小(或扩大),再画在图纸上。这时,就要确定图上距离和相对应的实际距离的比。

一幅图的图上距离和实际距离的比,叫做这幅图的比例尺。

图上距离:实际距离=比例尺 或 $\frac{\text{图上距离}}{\text{实际距离}} = \text{比例尺}$

2. 解决问题(2):表示比例尺时,有时用数值表示,有时用线段表示。

如一幅地图的比例尺是1:100000000,这是数值比例尺,还可以用 $\frac{1}{100000000}$ 表示;又如一幅地图的比例尺是 $0 \square 50\text{km}$,这是线段比例尺,它表示图上的1cm相当于实际的50km。

数值比例尺与线段比例尺。

种类	实例	实际意义
数值比例尺	比例尺1:10000,还可以写成 $\frac{1}{10000}$	图上1cm表示实际的10000cm
线段比例尺	比例尺 $0 \square 50\text{km}$	图上1cm表示实际的50km

归纳总结

1. 一幅图的图上距离和实际距离的比,叫做这幅图的比例尺。
2. 比例尺=图上距离:实际距离
3. 比例尺的分类:数值比例尺、线段比例尺。

知识点二 把线段比例尺改为数值比例尺(难点)

情境导入(教材第53页)

- (1)你能把线段比例尺 $0 \square 50\text{km}$ 改写成数值比例尺吗?



知识大讲堂 24



小提示

比例尺是一个比,没有单位名称。



知识大讲堂 25



(2)结合比例尺 $1:5000000$,你能说出图上距离和实际距离之间的关系吗?

(3)按将实际距离缩小还是放大分,你知道比例尺分几类吗?

讲解过程

1. 解决问题(1)。

(1)分析与理解。

改写线段比例尺 $0 \quad 50\text{km}$ 时,先统一单位,再改写。

(2)改写比例尺: $50\text{km}=5000000\text{cm}$

图上距离:实际距离= $1\text{cm}:50\text{km}=1\text{cm}:5000000\text{cm}=1:5000000$

2. 解决问题(2)。

比例尺 $1:5000000$ 表示的意义是图上 1cm 表示实际的 5000000cm ,也就是说图上距离是实际距离的 $\frac{1}{5000000}$,实际距离是图上距离的 5000000 倍。

3. 解决问题(3)。

在绘制比较精细的零件图时,经常需要把零件的尺寸按一定的比放大。如一幅零件图纸的比例尺是 $2:1$,这就是说图上的 2cm 表示实际的 1cm ,这样的比例尺是放大比例尺。

按将实际距离缩小还是放大分,比例尺可以分为缩小比例尺和放大比例尺。

种类	实例	实际意义
缩小比例尺	一幅地图的比例尺是 $1:100$ 或 $\frac{1}{100}$	图上距离是实际距离的 $\frac{1}{100}$
放大比例尺	一幅零件图的比例尺是 $2:1$	图上距离是实际距离的 2 倍

归纳总结

把线段比例尺改写成数值比例尺时,先统一单位,再改写。

知识点三 求一幅地图的比例尺(重点)

情境导入(教材第53页例1)

北京到天津的实际距离是 120km ,在一幅地图上量得两地的图上距离是 2.4cm 。这幅地图的比例尺是多少?

讲解过程

1. 理解题意:已知北京到天津的实际距离,以及在一幅地图上两地的图上距离,求这幅地图的比例尺。

2. 思路分析:根据比例尺=图上距离:实际距离,可以求出这幅地图的比例尺。

统一单位

→ 写出图上距离与实际距离的比

→ 转化为比的前项是1的形式

3. 规范解答。

$120\text{km}=12000000\text{cm}$ $2.4:12000000=1:5000000$

答:这幅地图的比例尺是 $1:5000000$ 。

归纳总结

求一幅图的比例尺时,前项、后项要统一单位。为了方便,通常把比例尺写成前项或后项是1的形式。



知识大讲堂 26



易错举例

易错点 误认为只有缩小比例尺,而忽略了还有放大比例尺。

例 判断:比例尺的前项可以是1,后项不能是1。(×)

思路分析▶ 比例尺的前项或后项都可以是1,如果比例尺的前项是1,那么就是缩小比例尺;如果比例尺的后项是1,那么就是放大比例尺。



慧眼避误区 16

典题精讲

补充线段比例尺问题。

例 北京到天津的实际距离大约是120km,下面是一幅地图的比例尺,请你把它补充完整。

0 () () () () km

地图上量得北京到天津的距离是6cm。



方法宝盒


补充线段比例尺时,先算出图上的1cm表示实际多少千米,再填空。

分析▶ 先找到图上距离、实际距离,再计算出图上1cm表示实际多少千米,最后标出数据。

已知量得图上距离是6cm,实际距离是120km,所以图上1cm表示的实际距离是 $120 \div 6 = 20$ (km)。这样可以得出括号里需要填的数据依次是20、40、60、80。

解答▶ 20 40 60 80

变式练一练

一幅图的比例尺是0  km,图上的1cm表示实际距离() ;实际距离50km在图上要画() cm。把这个线段比例尺改写成数值比例尺是()。

素养能力提升

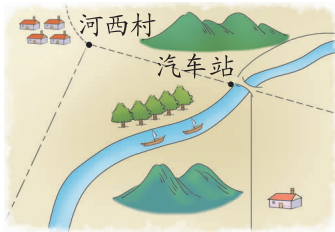
例 河西村到汽车站的距离是1800m。量出河西村到汽车站的图上距离,并求出这幅图的比例尺。

分析▶ 先量出图上距离,统一单位,再写出比例尺并化简即可。

解答▶ 图上距离是2cm, $1800\text{m} = 180000\text{cm}$

$$2\text{cm} : 180000\text{cm} = 1 : 90000$$

答:河西村到汽车站的图上距离是2cm,这幅图的比例尺是1:90000。



方法宝盒

先统一图上距离和实际距离的单位,再根据比例尺=图上距离:实际距离求出比例尺。

举一反三做一做

杏花村到荷花村的实际直线距离是15km,测量出图上的直线距离并求出比例尺。





第2节 比例尺的应用

目标点击

1. 能根据比例尺求出两地的图上距离、实际距离。(重点)
2. 能运用比例尺知识,采用不同的方法解决实际问题。(难点)
3. 能综合运用比例尺相关知识画图,提高动手能力。
4. 初步学会用比例尺知识解决生活中的实际问题,体会比例尺与生活的密切联系。

知识盘点

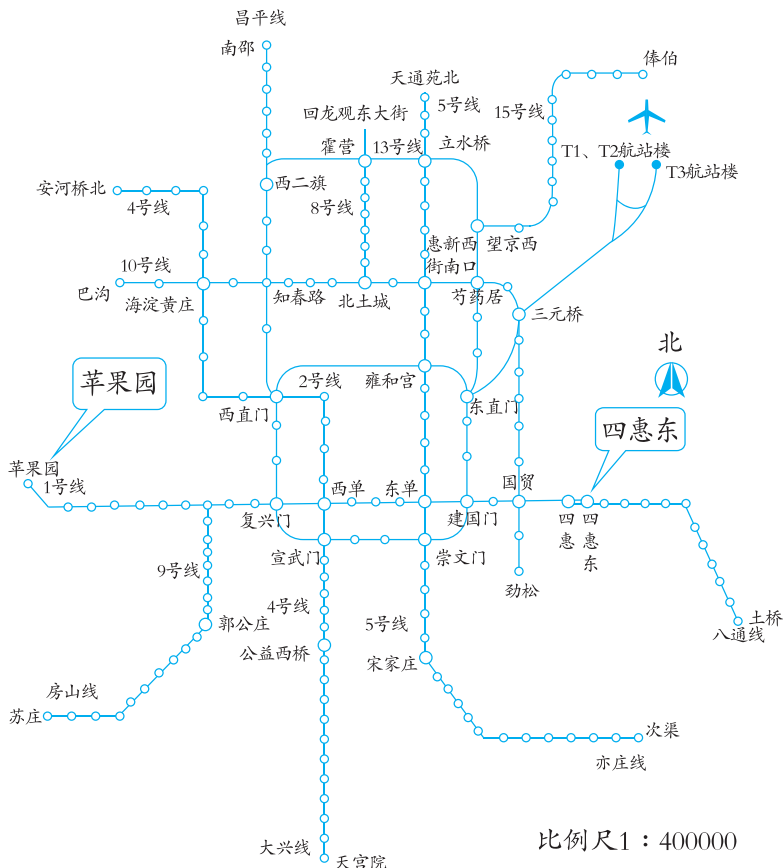
知识点一 根据比例尺、图上距离求实际距离(重点)

情境导入(教材第54页例2)

下面是北京轨道交通路线示意图。地铁1号线从苹果园站至四惠东站在图中的长度大约是7.8cm,从苹果园站至四惠东站的实际长度大约是多少千米?



知识大讲堂 27



讲解过程

1. 理解题意:根据题意可知,已知图上距离是7.8cm,比例尺是1:400000,求实际距离。
2. 探究方法。

方法一:设实际长度大约是 x cm,根据比例尺=图上距离:实际距离得到比例,解比例求出 x 的值,算出的实际长度是以厘米为单位的数,再化成以千米为单位的数。

方法二:要求实际长度大约是多少千米,先根据图上距离÷比例尺=实际距离,求出实际长



度,再化成以千米为单位的数。

3. 解答。

方法一:

解:设从苹果园站至四惠东站的实际长度大约是 x cm。

$$\frac{7.8}{x} = \frac{1}{400000}$$

$$x = 7.8 \times 400000$$

$$x = 3120000$$

$$3120000 \text{ cm} = 31.2 \text{ km}$$

答:从苹果园站至四惠东站的实际长度大约是 31.2 km。

方法二:

$$7.8 \div \frac{1}{400000} = 3120000 (\text{cm})$$

$$3120000 \text{ cm} = 31.2 \text{ km}$$

归纳总结

根据比例尺和图上距离求实际距离,可以根据“ $\frac{\text{图上距离}}{\text{实际距离}} = \text{比例尺}$ ”列比例来求,也可以利用“ $\text{实际距离} = \text{图上距离} \div \text{比例尺}$ ”直接列式计算。

知识点二 综合运用比例尺知识解决实际问题(难点)

情境导入 1(教材第 55 页例 3)

小明家在学校正西方向,距学校 200m;小亮家在小明家正东方向,距小明家 400m;小红家在学校正北方向,距学校 250m。画出他们三家和学校的位置平面图(比例尺 1:10000)。

讲解过程

1. 理解题意:已知实际距离和比例尺,要求在图中画出他们三家和学校的位置平面图。

2. 分析与思考:需要先求出他们三家到学校的图上距离,再根据方向和图上距离来画平面图。


3. 计算图上距离。

$$200 \text{ m} = 20000 \text{ cm} \quad 400 \text{ m} = 40000 \text{ cm} \quad 250 \text{ m} = 25000 \text{ cm}$$

$$\text{小明家到学校的图上距离: } 20000 \times \frac{1}{10000} = 2 (\text{cm})$$

$$\text{小亮家到学校的图上距离: } (40000 - 20000) \times \frac{1}{10000} = 2 (\text{cm})$$

$$\text{小红家到学校的图上距离: } 25000 \times \frac{1}{10000} = 2.5 (\text{cm})$$

4. 把数值比例尺改写成线段比例尺:比例尺 1:10000 表示图上 1cm 代表实际的 10000cm,也就是 100m,改写成线段比例尺是 .

5. 解决问题:小明家在学校正西方向,图上距离是 2cm;小亮家在小明家的正东方向,根据实际距离可以推出小亮家在学校正东方向,图上距离是 2cm;小红家在学校正北方向,图上距离是 2.5cm,画出他们三家和学校的位置平面图如上。

情境导入 2(教材第 55 页做一做)

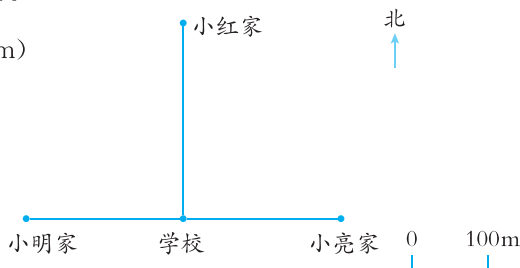
学校要建一个长 80m、宽 60m 的长方形操场,请画出操场的平面图(比例尺 1:2000)。

讲解过程

1. 根据比例尺确定平面图上操场的长和宽。



知识大讲堂 28





(1) 运用比例尺解答。

解: 设长应画 x cm, 宽应画 y cm。

$$80\text{m}=8000\text{cm}$$

$$60\text{m}=6000\text{cm}$$

$$x:8000=1:2000$$

$$y:6000=1:2000$$

$$2000x=8000$$

$$2000y=6000$$

$$x=4$$

$$y=3$$

(2) 在图纸上, 操场的长应画 4cm, 宽应画 3cm。

2. 画图。

画一个长为 4cm、宽为 3cm 的长方形, 并标明平面图名称及所用的比例尺, 如上图。

归纳总结

运用比例尺画图, 要先根据比例尺求出图上距离, 再根据图上距离画出相应的平面图, 最后标明平面图名称及比例尺。

易错举例

易错点 求图上距离时, 忘记统一单位。

例 判断: 在比例尺是 $1:100$ 的图纸上, 长 100m 的距离画 1cm。 (×)

思路分析 比例尺表示的是图上距离与实际距离的比, 如 $1:100$, 图上 1cm 表示实际的 100cm, 即 1m, 所以长 100m 的距离在图纸上需要画 100cm, 而不是 1cm。



慧眼误区 17

典题精讲

运用抓不变量的方法解答与比例尺有关的问题。

例 在比例尺是 $1:30000000$ 的地图上, 量得甲、乙两地的图上距离是 4cm, 则在 $1:20000000$ 的地图上, 甲、乙两地的图上距离是多少厘米?

分析 先根据第一幅地图的比例尺和图上距离求出实际距离, 再根据实际距离不变, 求出在另一幅地图上的图上距离。

$$\text{解答} \triangleright 4 \div \frac{1}{30000000} = 120000000(\text{cm})$$

$$120000000 \times \frac{1}{20000000} = 6(\text{cm})$$

答: 甲、乙两地的图上距离是 6cm。



思想方法

甲、乙两地的实际距离是不变的, 解答时要抓住不变量, 这里运用了数学中的抓不变量法。

抓不变量法 是指解题时抓住始终不变的数量, 分析不变的数量与其他数量的关系, 从而找到解题的突破口, 把问题解答出来的方法。

方法宝盒

解答此题时, 要注意甲、乙两地的实际距离是不变的。

变式练一练 1

原来比例尺是 $1:50000$ 的一幅地图, 现改用 $1:20000$ 的比例尺重新绘制, 原来图上距离是 4.8cm 的路线, 在新地图上应该画多少厘米?



利用推导法解答给出比例尺、图上距离求图形的实际面积类问题。

推导法

例 在 $1:4000$ 的地图上,量得长方形的长是 8cm ,宽是 6cm ,求这个长方形的实际面积。

已知图上距离和比例尺求实际面积,应先求出图形各边实际的长度,再求出实际面积。

分析▶ 结合给出的比例尺、图上距离,先根据“实际距离 = 图上距离 \div 比例尺”求出实际长和宽,再根据“长方形的面积 = 长 \times 宽”求出实际面积即可。

$$\text{解答} \blacktriangleright \text{长: } 8 \div \frac{1}{4000} = 32000(\text{cm}) = 320(\text{m}) \quad \text{宽: } 6 \div \frac{1}{4000} = 24000(\text{cm}) = 240(\text{m})$$

$$320 \times 240 = 76800(\text{m}^2)$$

答:这个长方形的实际面积是 76800m^2 。

变式练一练 2

在比例尺是 $1:3000$ 的图纸上,量得一块直角三角形土地的两条直角边分别是 4cm 和 3cm ,求这块土地的实际面积是多少平方米。

素养能力提升

例 甲、乙两地在比例尺是 $1:400000$ 的地图上量得的距离比在比例尺是 $1:1600000$ 的地图上量得的距离长 3cm 。甲、乙两地的实际距离是多少?

分析▶ 先理解两幅地图上比例尺的意义,再抓住甲、乙两地的实际距离不变,把 3cm 看作数量差,把 $\left(\frac{1}{400000} - \frac{1}{1600000}\right)$ 看作分率差,利用对应关系解答即可。

$$\text{解答} \blacktriangleright 3 \div \left(\frac{1}{400000} - \frac{1}{1600000}\right) = 1600000(\text{cm}) = 16(\text{km})$$

答:甲、乙两地的实际距离是 16km 。

举一反三做一做

学校有一个长方形的操场,长是 80m ,宽是 50m ,把它画在一幅平面图上,长画了 16cm ,宽应当画多少厘米?



名师讲奥数 12

方法宝盒

把比例尺的差看成分率差,用两幅地图上的距离差除以分率差就是两地的实际距离。



第3节 图形的放大与缩小

目标点击

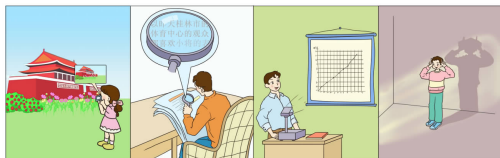
1. 认识图形的放大与缩小现象。(重点)
2. 掌握把图形放大与缩小的方法,能在方格纸上按一定的比将简单的图形放大或缩小。(难点)
3. 在理解图形放大与缩小的过程中,体会图形变换的特点。(难点)
4. 初步学会用图形的放大与缩小知识解决生活中的实际问题。

知识盘点

知识点一 认识放大与缩小现象(重点)

情境导入(教材第59页情景图)

你见过右面这些现象吗? 这些现象中,哪些是把物体放大? 哪些是把物体缩小?



讲解过程

1. 观察图片:用放大镜看报纸、投影仪放映图表、灯光照出的影子都是把物体放大,而照相是把物体缩小。

2. 比较图片:比较原图和放大(或缩小)后的图,会发现形状没有变化,只是大小发生了变化。



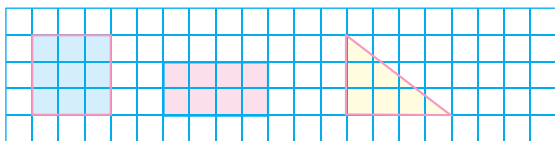
知识大讲堂 29

归纳总结

图形的放大和缩小是生活中常见的现象,把一个图形放大或缩小后所得到的图形与原图形相比:形状相同,大小不同。

知识点二 在方格纸上按一定的比将图形放大或缩小(难点)

情境导入(教材第60页例4)



(1)按2:1画出上面三个图形放大后的图形。观察一下放大后的图形与原来的图形,比较它们的内角、边长、周长,什么变了? 什么没变? 你能发现什么?

(2)如果把放大后的正方形按1:3,长方形按1:4,三角形按1:2缩小。各个图形又会发生什么变化? 在方格纸上画画看,你又发现了什么?

讲解过程

1. 解决问题(1)。

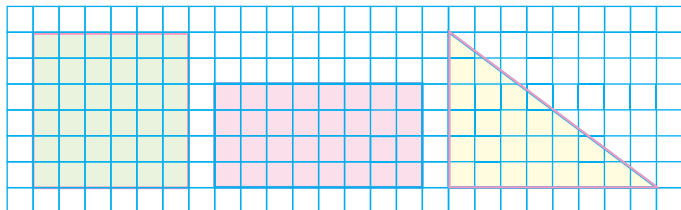
(1)理解2:1的意义:放大后图形的边长与原来的边长的比是2:1。



(2)分别计算出各个图形放大后的边长。

图形	原来各边的长	放大后各边的长
正方形	3 格	6 格
长方形	长 4 格,宽 2 格	长 8 格,宽 4 格
三角形	两条直角边分别为 3 格、4 格	两条直角边分别为 6 格、8 格

(3)画出放大后的图形。



小提示

画直角三角形的放大图形时,先画出放大后的两条直角边,再画斜边。

(4)比较放大后的图形与原来图形的异同。

	内角	边长	周长
变化情况	没变	扩大到原来的 2 倍	扩大到原来的 2 倍

发现:图形按照一定的比放大后,内角没变,也就是形状不变;边长变了,也就是大小发生了变化。

2. 解决问题(2)。

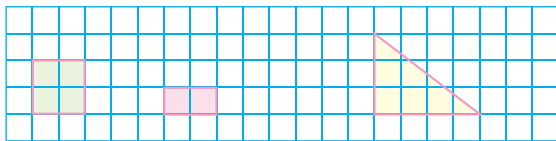
(1)理解 1:3、1:4 和 1:2 的意义。

$$1:3 \xrightarrow{\text{缩小到原来的}} \frac{1}{3} \quad 1:4 \xrightarrow{\text{缩小到原来的}} \frac{1}{4} \quad 1:2 \xrightarrow{\text{缩小到原来的}} \frac{1}{2}$$

(2)分别计算出各个图形缩小后的边长。

图形	缩小比	放大后各边的长	缩小后各边的长
正方形	1:3	6 格	2 格
长方形	1:4	长 8 格,宽 4 格	长 2 格,宽 1 格
三角形	1:2	两条直角边分别为 6 格、8 格	两条直角边分别为 3 格、4 格

(3)画出缩小后的图形。



(4)比较缩小后的图形与原来图形的异同。

	内角	边长	周长
变化情况	没变	缩小	缩小

发现:把它们按比缩小,它们的内角没变,边长和周长都变了,正方形的边长和周长都缩小到原来的 $\frac{1}{3}$,长方形的边长和周长都缩小到原来的 $\frac{1}{4}$,三角形的边长和周长都缩小到原来的 $\frac{1}{2}$ 。

归纳总结

1. 把图形的各边按一定的比放大或缩小后,图形的大小发生了变化,形状没有发生变化。
2. 在方格纸上按一定的比将图形放大或缩小分为三步:一看,看原图每边各占几格;二算,计算按给定的比将图形的各边放大或缩小后得到的新图形每边各占几格;三画,按计算出的各边长度画出放大或缩小后的图形。



易错举例

易错点 图形放大或缩小后,误认为面积也扩大或缩小相同的比。

例 判断:一个图形的各边放大或缩小多少,面积就放大或缩小多少。(×)

思路分析▶要真正理解放大与缩小的意义。一个图形放大或缩小后,边长放大或缩小了,面积也发生了变化,但面积变化的比是放大或缩小的比的平方。



慧眼误区 18

典题精讲

运用设数法探究图形放大或缩小后周长和面积的变化

设数法

例 把一个长方形按 3:1 放大后,周长和面积各发生了什么变化?

把图形放大到原来的 n 倍,则周长扩大到原来的 n 倍,面积扩大到原来的 n^2 倍。

分析▶假设长方形的长是 3cm,宽是 2cm,周长是 $(3+2) \times 2 = 10(\text{cm})$,面积是 $3 \times 2 = 6(\text{cm}^2)$;放大后的长是 $3 \times 3 = 9(\text{cm})$,宽是 $2 \times 3 = 6(\text{cm})$,放大后周长是 $(9+6) \times 2 = 30(\text{cm})$,面积是 $9 \times 6 = 54(\text{cm}^2)$ 。周长扩大到原来的 $30 \div 10 = 3(\text{倍})$,面积扩大到原来的 $54 \div 6 = 9(\text{倍})$ 。

解答▶周长扩大到原来的 3 倍,面积扩大到原来的 9 倍。

变式练一练

把一个图形缩小到原来的 $\frac{1}{2}$,它的周长和面积各发生了什么变化?

素养能力提升

例 用 3 根相同的小棒摆成一个正三角形,若用同样的小棒摆成一个边长放大到原来的 4 倍的正三角形,还需要多少根小棒?

分析▶摆成一个正三角形,用 3 根小棒,放大到原来的 4 倍,每条边用 4 根小棒,3 条边一共用 $3 \times 4 = 12(\text{根})$ 小棒。求还需要的小棒数量,需减去原来有的小棒数量。

解答▶ $3 \times 4 - 3 = 9(\text{根})$

答:还需要 9 根小棒。

举一反三做一做

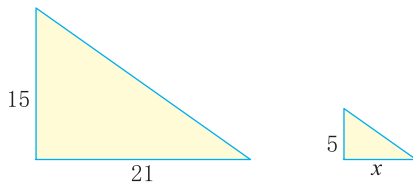
把右图左边的三角形按一定的比缩小后得到右边的三角形,求未知数 x 。(单位:cm)



名师讲奥数 13

方法宝盒

先根据已知条件求出放大后的图形需要小棒的根数,再减去原来的根数,就是还需要的小棒根数。





第4节 用比例解决问题

目标点击

1. 能正确判断问题中数量之间的正、反比例关系。(重点)
2. 掌握用比例知识解决实际问题的方法和步骤。(难点)
3. 在运用比例知识解决实际问题的过程中,进一步理解正、反比例的意义。(难点)
4. 学会用比例知识解决生活中的实际问题,体会学习比例的必要性。

知识盘点

知识点一 用正比例解决问题(重点)

情境导入(教材第61页例5)



知识大讲堂 30



李奶奶家上个月的水费是多少钱?

讲解过程

1. 阅读与理解。

已知信息		所求问题	解释说明
张大妈家上个月用水 8t	李奶奶家上个月用水 10t	李奶奶家上个月的水费是多少钱?	同一地区、同一阶梯内水价是相同的
水费 28 元			

要解答水费问题,需要知道水的单价和用水量,水的单价虽然不知道,但它是一定的。

2. 分析与解答。

方法一:先算出每吨水的价钱,再算出 10t 水的价钱,用算术方法解答。

方法二:用水量和水费是两种相关联的量,它们的比值一定,即 $\frac{\text{水费}}{\text{用水量}} = \text{单价(一定)}$,水费和

用水量成正比例关系,用比例知识解决。

规范解答。

方法一: $28 \div 8 \times 10 = 35$ (元)

方法二:

解:设李奶奶家上个月的水费是 x 元。

$$\frac{28}{8} = \frac{x}{10}$$

$$8x = 28 \times 10$$

$$x = 35$$

答:李奶奶家上个月的水费是 35 元。

3. 回顾与反思:用比例知识解决问题时,先找到相关联的量,再看这些量中是不是有两个量的



比值一定,只要两个量的比值一定,就可以用正比例知识来解答。

4. 应用举例。

例如,王大爷家上个月的水费是 42 元,求王大爷家上个月用了多少吨水,也可以用正比例知识解答。

解:设王大爷家上个月用了 y t 水。

$$\frac{28}{8} = \frac{42}{y}$$

$$28y = 8 \times 42$$

$$y = 12$$

答:王大爷家上个月用了 12t 水。



小提示

同一个问题情境中,要设不同的未知数来表示不同的量。

归纳总结

用正比例知识解决问题的步骤:①根据不变量判断题中两种相关联的量是否成正比例关系。②若成正比例关系,根据正比例的意义列出比例。③解比例并写出答语。

知识点二 用反比例解决问题(难点)

情境导入(教材第 62 页例 6)

一个办公楼原来平均每天照明用电 100 千瓦时。改用节能灯以后,平均每天只用电 25 千瓦时。原来 5 天的用电量现在可以用多少天?

讲解过程

1. 阅读与理解。

已知信息	所求问题	总用电量是一定的
原来平均每天用电 100 千瓦时, 现在平均每天用电 25 千瓦时	原来 5 天的用电量现在可以用多少天?	

2. 分析与解答。

方法一:可以先求出总用电量,再求出现在的用电天数。

方法二:总用电量是一定的,也知道现在每天的用电量。因为平均每天的用电量 \times 用电天数=总用电量(一定),所以,每天的用电量和用电天数成反比例关系,设原来 5 天的用电量现在可以用 x 天,列出比例解答。

规范解答。

方法一: $100 \times 5 \div 25 = 20$ (天)

方法二:

解:设原来 5 天的用电量现在可以用 x 天。

$$25x = 100 \times 5$$

$$x = \frac{100 \times 5}{25}$$

$$x = 20$$

答:原来 5 天的用电量现在可以用 20 天。

3. 回顾与反思:解这个问题的关键是找到哪两个量的乘积一定,只要两个相关联的量中相对应的两个数的乘积一定,就可以用反比例知识来解答。

4. 应用举例:求现在 30 天的用电量原来只够用多少天,也可以用反比例知识解答。



知识大讲堂 31



解:设现在 30 天的用电量原来只够用 y 天。

$$100y = 25 \times 30$$

$$y = \frac{25 \times 30}{100}$$

$$y = 7.5$$

答:现在 30 天的用电量原来只够用 7.5 天。

归纳总结

若两个量的乘积一定,则可以用反比例关系解决问题。

易错举例

易错点 对题目中两种量之间的关系判断错误。

例 判断:一对相互咬合的齿轮,它们的齿数和转数成正比例关系。(×)

思路分析 一对相互咬合的齿轮,在一定的时间内转过的总齿数和转数的比值是一定的,即总齿数:转数=每个齿轮的齿数。所以对于一对相互咬合的齿轮来说,总齿数一定时,齿数和转数成反比例关系。



慧眼误区 19

典题精讲

用反比例知识解决实际问题。

例 小东家的客厅是正方形的,用边长 0.6m 的方砖铺地,正好需要 100 块。如果改用边长 0.5m 的方砖铺地,需要多少块?(教材第 64 页第 12 题)

分析 小东家客厅地面的面积是不变的,这就是说无论用边长 0.6m 的方砖,还是用边长 0.5m 的方砖,都有关系式“一块方砖的面积×块数=客厅地面的面积(一定)”,所以可以用反比例知识来解答。

解答 解:设需要 x 块。

$$0.5 \times 0.5 \times x = 0.6 \times 0.6 \times 100$$

$$0.25x = 36$$

$$x = 144$$

答:需要 144 块。

变式练一练 1

给一个房间铺地砖,如果使用面积是 9dm^2 的方砖,需要 96 块,如果改用面积是 4dm^2 的方砖,需要多少块方砖?

利用隐含的数量关系解答“锯木头”类问题。

例 一根圆木,锯成 5 段需要 8 分钟,照这样计算,锯成 10 段,需要多少分钟?

分析 “照这样计算”就是每锯一次需要的时间是不变的,所用的时间=锯的次数=锯一次需要的时间(一定)。

方法宝盒

区分清楚“方砖的边长×方砖的块数”和“方砖的面积×方砖的块数”是解答此题的关键。



小提示

此题中是铺地总面积一定,不能用边长比解答。

方法宝盒

锯的次数和时间成正比例关系,需要的时间和锯成的段数不成正比例关系。



解答►解:设锯成 10 段,需要 x 分钟。

$$\begin{aligned}\frac{x}{10-1} &= \frac{8}{5-1} \\ 4x &= 8 \times 9 \\ x &= 18\end{aligned}$$

答:锯成 10 段,需要 18 分钟。

► 变式练一练 2

一个大钟 3 时敲 3 下,4 秒敲完,11 时敲 11 下,多少秒敲完?(每敲两下之间的时间间隔相同)



小提示

注意: 次数 = 段数 - 1。

素养能力提升

例 王师傅加工一批零件,计划每天加工 36 个,需要 15 天完成。实际提前 3 天完成了任务,实际每天多加工多少个零件?

分析►因为工作总量一定,工作效率和工作时间成反比例关系,如果设实际每天多加工 x 个零件,那么实际每天加工的零件就是 $(36+x)$ 个,根据每天加工的零件个数 \times 天数 = 零件总数(一定)得比例式: $(36+x) \times (15-3) = 36 \times 15$ 。

解答►解:设实际每天多加工 x 个零件。

$$\begin{aligned}(36+x) \times (15-3) &= 36 \times 15 \\ 36+x &= 45 \\ x &= 9\end{aligned}$$

答:实际每天多加工 9 个零件。

► 举一反三做一做

甲、乙两地间的距离是 490km,一辆汽车 5 小时行驶了 350km。照这样计算,行完全程还需要几小时?

方法宝盒

抓住零件总数不变是解答此题的关键。



名师讲奥数 14

★ 自行车里的数学

目标点击

- 综合运用所学的圆、比例等知识解决简单的实际问题。(重点)
- 培养综合运用知识自主解决问题的能力。(难点)
- 能根据实际问题中的情境抽象出数学模型,培养建模能力。(难点)
- 综合运用学过的知识解决生活中的实际问题,提高解决问题的能力。



活动演练



活动1

活动内容

研究普通自行车的速度与其内在结构的关系。

活动准备

1. 收集有关普通自行车的资料。
2. 准备计算器、米尺等。

活动过程

1. 提出问题:一辆普通自行车蹬一圈,能走多远?
2. 探究问题。

观察普通自行车的实物或图片,认真分析,制订解决问题的方案。

方案一:通过直接测量解决问题。

将自行车蹬一圈,在地面上记下它的起止点,再用米尺测量出这两点间的距离。这种方法操作简单,但误差较大。

方案二:通过分析、计算解决问题。

研究前齿轮与后齿轮转动圈数的关系。

观察齿轮,发现链条间的孔与前、后两个齿轮的每个齿相对应,前齿轮转过一个齿,后齿轮也跟着转过一个齿。得出:前齿轮转数 \times 前齿轮齿数=后齿轮转数 \times 后齿轮齿数。由于前齿轮的齿数多,后齿轮的齿数少,所以前齿轮转一圈,后齿轮转动不止一圈。因此前齿轮转动一圈时,后齿轮转数=

$$\frac{\text{前齿轮齿数}}{\text{后齿轮齿数}}。$$

3. 建立数学模型。

蹬一圈自行车行走的距离=后轮前进的长度=车轮的周长 \times 后齿轮转动的圈数=车轮的周长 \times

$$\frac{\text{前齿轮齿数}}{\text{后齿轮齿数}}。$$

活动总结

前齿轮转数 \times 前齿轮齿数=后齿轮转数 \times 后齿轮齿数。蹬一圈自行车行走的距离=车轮的周长 \times

$$\frac{\text{前齿轮齿数}}{\text{后齿轮齿数}}。$$


活动2

活动内容

研究变速自行车能变出多少种速度。

活动过程

1. 提出问题:变速自行车能组合出多少种速度?
 2. 分析问题:观察变速自行车的实物或图片,了解变速自行车的结构。
- 思考:变速自行车的变速原理可能与什么有关系?



分析:变速自行车是通过前后不同齿轮的多种组合实现变速的,判断一辆自行车(如有2个前齿轮,分别有48和40个齿;有6个后齿轮,分别有28、24、20、18、16、14个齿)能变化出多少种速度,就看它的前齿轮和后齿轮有多少种不同的组合。

解答:如下表,前、后齿轮的齿数有12种不同的组合,组成了12个比,其中有两个比的比值相等,所以这种变速自行车能变化出11种速度。

齿数 前齿轮 比 后齿轮齿数	48	40
28	12 : 7	10 : 7
24	2 : 1	5 : 3
20	12 : 5	2 : 1
18	8 : 3	20 : 9
16	3 : 1	5 : 2
14	24 : 7	20 : 7

因为蹬一圈自行车走的距离 = 车轮的周长 $\times \frac{\text{前齿轮齿数}}{\text{后齿轮齿数}}$, 车轮的周长一定(同一辆自行车), 所以 $\frac{\text{前齿轮齿数}}{\text{后齿轮齿数}}$ 的比值越大, 自行车走的距离越远。

活动总结

通过探究变速自行车的变速原理,我们知道了前齿轮的个数 \times 后齿轮的个数 = 变速自行车能变化出的速度种数(相同速度只算一种),并且也明白了车轮大小相同时,前、后齿轮齿数的比值越大,蹬一圈自行车走的距离越远。

活动探究

一辆变速自行车,前齿轮有56和48两种齿数,后齿轮有28、24、20和18四种齿数,这辆自行车前后齿轮有多少种组合?能变化出多少种速度?



微信扫码,立即获取

★数学知识专题讲解

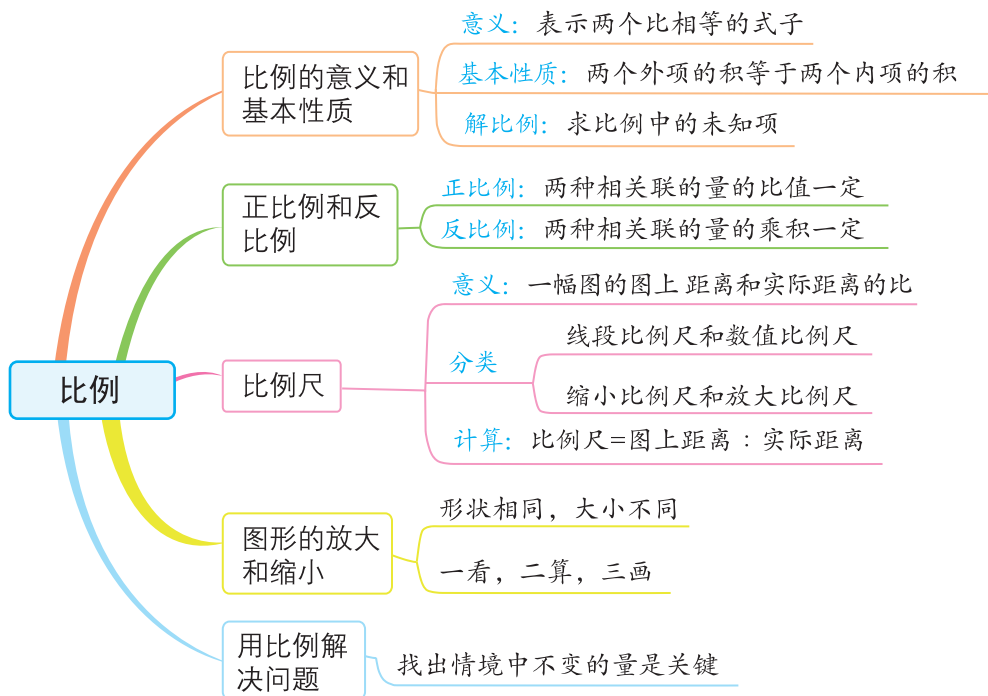
★名师1对1在线辅导

更有学习资料可以领取



第四单元核心考点归纳

智慧小锦囊



核心考点

考点1 根据比例的基本性质解比例

例1 用2、3.6、4.5和 x 组成比例, x 可以是多少?

分析▶用这四个数组成比例, x 和这三个数中的任意一个数都可以同时作为内项和外项,即 x 和2, x 和3.6, x 和4.5可以同时作为内项或外项,同时作为内项或外项时,计算结果相同。

解答▶第一种情况: x 和2同时作为内项或外项

$$2x = 3.6 \times 4.5$$

解: $x = 8.1$

第二种情况: x 和3.6同时作为内项或外项

$$3.6x = 2 \times 4.5$$

解: $x = 2.5$

第三种情况: x 和4.5同时作为内项或外项

$$4.5x = 2 \times 3.6$$

解: $x = 1.6$

考点2 运用正比例知识解决问题

例2 下面是甲、乙两车的行程图。

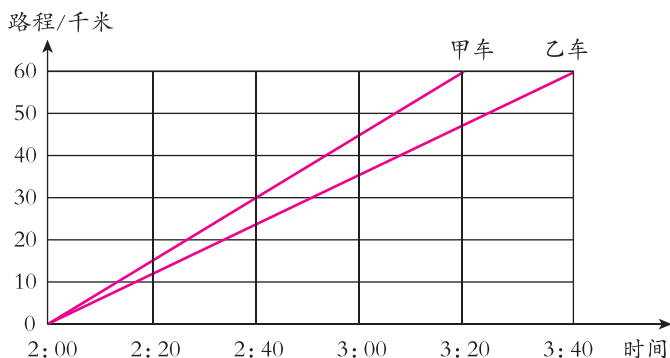
(1)甲车半小时可以行驶多少千米?

方法宝盒

解答此题时,一定要把所有情况都列举出来,不能有遗漏。



(2)照乙车目前的速度,乙车5小时可以行驶多少千米?



分析▶先确定图象上的时间,然后找出时间对应的路程。根据路程 \div 时间=速度,用路程除以对应的时间分别求出甲、乙两车的速度,再根据要求分别求出甲车半小时,乙车5小时行驶的路程。

方法宝盒

用图象中的路程除以对应的时间,求出甲、乙两车各自的速度是解答此题的关键。

解答▶(1)2:00到3:20是80分钟。 $60 \div \frac{80}{60} = 45$ (千米/时),

$45 \times 0.5 = 22.5$ (千米) 答:甲车半小时可以行22.5千米。

(2)2:00到3:40是100分钟, $60 \div \frac{100}{60} = 36$ (千米/时), $36 \times 5 = 180$ (千米)

答:乙车5小时可以行驶180千米。

考点3 运用“转化法”解决复杂的反比例问题

例3 小红的妈妈买大、小两种笔记本共40本。已知大笔记本每本6元,小笔记本每本4元,并且买两种笔记本所花的钱数一样多。大、小笔记本各买了多少本?

分析▶小红的妈妈买大、小两种笔记本所花的钱数一样多,也就是买大、小笔记本的总价一定,总价=单价 \times 数量,可知大、小笔记本的单价与数量分别成反比例。大、小笔记本的单价比是 $6:4=3:2$,因此大、小笔记本的数量比是单价比的反比,即 $2:3$,由此可以分别求出大、小笔记本的数量。

方法宝盒

明确大、小笔记本的单价与数量分别成反比例是解决此题的关键。

解答▶ $6:4=3:2$,则大、小笔记本的数量比是 $2:3$ 。

$$40 \times \frac{2}{3+2} = 16(\text{本}) \quad 40 \times \frac{3}{3+2} = 24(\text{本})$$

答:大笔记本买了16本,小笔记本买了24本。

考点4 运用“设法”探究长方形周长和面积的变化规律

例4 把一个长方形的各边扩大到原来的2倍,它的周长和面积各发生了怎样的变化?

分析▶解答此题时,可以假设一个具体的长方形来验证。如假设这个长方形的长是2厘米,宽是1厘米,先求出原来长方形的周长和面积,再求出长方形各边扩大到原来的2倍后的新长方形的长和宽,然后求出新长方形的周长和面积,最后与原长方形的周长和面积进行比较,找出其中的变化规律。

解答▶假设长方形的长是2厘米,宽是1厘米。

原长方形的周长: $(2+1) \times 2 = 6$ (厘米),原长方形的面积: $2 \times 1 = 2$ (平方厘米),新长方形的长: $2 \times 2 = 4$ (厘米),新长方形的宽:

方法宝盒

如果把一个平面图形的各边扩大到原来的 n 倍或缩小到原来的 $\frac{1}{n}$ ($n \neq 0$),那么它的周长就扩大到原来的 n 倍或缩小到原来的 $\frac{1}{n}$,它的面积就扩大到原来的 n^2 倍或缩小到原来的 $\frac{1}{n^2}$ 。



$1 \times 2 = 2$ (厘米), 新长方形的周长: $(4+2) \times 2 = 12$ (厘米), 新长方形的面积: $4 \times 2 = 8$ (平方厘米), $12 \div 6 = 2$, $8 \div 2 = 4$, 即周长是原来的 2 倍, 面积是原来的 4 倍。

考点 5 用抓不变量法解决实际问题

例 5 在比例尺是 $8:1$ 的图纸上, 量得一个零件的长是 6.4 厘米。若把这个零件按 $12:1$ 的比例尺画在另一张图纸上, 应画多少厘米?

分析 根据原图的比例尺, 先求出原图上的 6.4 厘米表示的实际距离, 也就是零件的实际长度; 再根据新图中的比例尺, 求出这个零件的实际长度在新图中的距离。

解答 $6.4 \div 8 \times 12 = 9.6$ (厘米)

答: 应画 9.6 厘米。


方法宝盒

解决类似问题要抓住实际距离不变, 结合公式“比例尺=图上距离: 实际距离”就能顺利解决。

第四单元演练

(时间: 60 分钟 分数: _____)

一、填空题。(13 分)

- $(\quad) \div 12 = 18 : (\quad) = \frac{6}{(\quad)} = 0.75$
- 把比例 $8:4=12:6$ 写成分数的形式是 (\quad) , 根据比例的基本性质, 写成乘法等式是 (\quad) 。
- $A \times \frac{1}{3} = 2 \times \frac{1}{B}$ ($A \neq 0, B \neq 0$), 则 A 和 B 成 (\quad) 比例。
- 在一个比例中, 两个内项的积是 18, 一个外项是 3, 另一个外项是 (\quad) 。
- 一个电子零件长 4mm, 按 $7:1$ 把它画在图纸上, 应画 (\quad) mm。
- 在括号里填上适当的数。
 $\frac{14}{(\quad)} = \frac{7}{3}$ $0.6:3 = (\quad):18$
- 在比例尺为 $1:5000$ 的地图上, 8cm 的线段表示实际距离 (\quad) m。0  150m 表示图上 1cm 相当于实际距离 (\quad) m, 改写成数值比例尺是 (\quad) 。

二、判断题。(10 分)

- 比例尺是一把尺子。 (\quad)
- $A、B、C、D$ 均不为 0, 如果 $A:B=C:D$, 那么 $D:C=B:A$ 。 (\quad)
- 在一幅比例尺是 $1:10000$ 的地图上, 2cm 表示 200cm。 (\quad)
- 圆的周长和它的面积成正比例关系。 (\quad)
- 在一个比例里, 如果两个内项的积等于 1,

那么两个外项的积一定等于 1。 (\quad)

三、选择题。(10 分)

- 下面不能组成比例的是 (\quad) 。
A. $10:12$ 和 $35:42$
B. $4:3$ 和 $60:45$
C. $20:10$ 和 $60:20$
- 比例尺一定, 实际距离扩大到原来的 5 倍, 则图上距离 (\quad) 。
A. 缩小到原来的 $\frac{1}{5}$
B. 扩大到原来的 5 倍
C. 不变
- 一个长方形游泳池长 50m, 宽 30m, 选用比例尺 (\quad) 画出的平面图最大, 选用比例尺 (\quad) 画出的平面图最小。
A. $1:1000$
B. $1:1500$
C. $1:500$
- 小洋家的客厅长 5m, 宽 3.8m, 画在练习本上, 选比例尺 (\quad) 比较合适。
A. $1:10$ B. $1:100$ C. $1:1000$
- 人的体重和身高 (\quad) 。
A. 不成比例 B. 成正比例 C. 成反比例

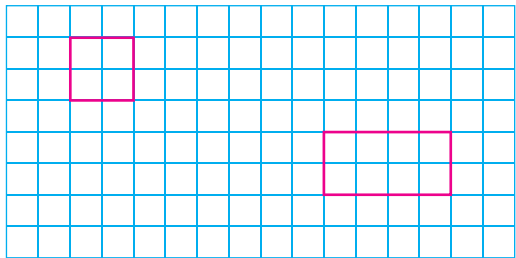
四、解比例。(16 分)

$$\frac{1}{4} : \frac{1}{12} = 4 : x \qquad \frac{2}{9} = \frac{8}{x}$$



$$\frac{1}{3} : x = 0.4 : \frac{5}{4} \quad (2+x) : 2 = 21 : 6$$

五、按 2 : 1 的比画出正方形放大后的图形,按 1 : 2 的比画出长方形缩小后的图形。(6 分)



六、解决问题。(45 分)

- 钟表店里的台钟敲 5 下用去 12 秒,敲 10 下用去多少秒?(每敲两下之间的时间间隔相等)(6 分)
- 小兰看一本故事书,每天看 10 页,12 天看完,若每天看 15 页,几天可以看完?(6 分)
- 有一批树苗,原计划 40 人栽,平均每人要栽 15 棵。实际增加了 10 人,平均每人要栽多少棵?(7 分)
- 一列火车以每小时 120km 的速度从甲地开往乙地,5 小时到达。在比例尺是 1 : 5000000 的地图上,甲、乙两地间的铁路线长多少厘米?(7 分)
- 一辆自行车的车轮直径是 0.5m,前齿轮有 48 个齿,后齿轮有 16 个齿,蹬一圈自行车前进多少米?(7 分)
- 如图所示,小明家距医院 1000m。(12 分)

 - 小明家到学校的实际距离是多少米?
 - 在小明家的东南方向 1500m 处要建少年宫,请在图上画出少年宫的位置。

考试加油站 1



五 数学广角——鸽巢问题

数学广角——鸽巢问题

知识技能

1. 理解“鸽巢问题”的含义，掌握“鸽巢问题”的特点
2. 会建构解决“鸽巢问题”的模型
3. 能运用“鸽巢问题”的模型解决生活中简单的“鸽巢”类问题

数学思考

1. 借助学具操作或“画图”的方式探究解决“鸽巢问题”的原理
2. 在探索“鸽巢原理”的过程中，培养运用数学知识解决问题的意识

问题解决

1. 经历探究“鸽巢原理”的过程，体验观察、猜想、实验、推理等活动，渗透数学思想
2. 体验将实际问题抽象成数学问题的过程，能与他人交流自己的思考过程和结果，能清晰地表达自己的观点

情感态度

体验数学源于生活又高于生活以及数学与生活的紧密联系，激发学习数学的兴趣





鸽巢问题

目标点击

1. 初步了解“鸽巢问题”的含义,掌握“鸽巢原理”的特点。(重点)
2. 能用“鸽巢原理”解决简单的实际问题。(难点)
3. 在解决“鸽巢问题”时,建构解决“鸽巢问题”的模型。(难点)
4. 初步学会解决“鸽巢问题”,体会数学知识与生活的联系。

知识盘点

知识点一 初步认识“鸽巢原理”(重点)

情境导入(教材第68页情景图)

我给大家表演一个“魔术”。一副牌,取出大小王,还剩52张牌,你们5人每人随意抽一张,我知道至少有2张牌是同花色的。相信吗?



讲解过程

1. 理解“猜花色”游戏的要求。

把一副扑克牌取出“大小王”,还剩下52张牌,5名同学每人随意抽出一张,看看结果会怎么样。

2. 探究游戏结果。

5个人随意抽取一张,假设每人抽取一种花色,这样四种花色4人抽取,第5位同学无论抽到哪种花色,都会出现5人中至少有2人抽到的花色是相同的。

归纳总结

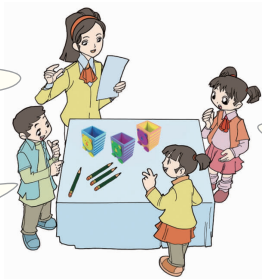
在分析和解决数学问题时,假设法是常用的解答方法,即先假设存在,再顺着假设继续分析,从而得出结论。

知识点二 简单的“鸽巢问题”(难点)

情境导入(教材第68页例1)

把4支铅笔放进3个笔筒中,不管怎么放,总有一个笔筒里至少有2支铅笔。

“总有”和“至少”是什么意思?



为什么呢?



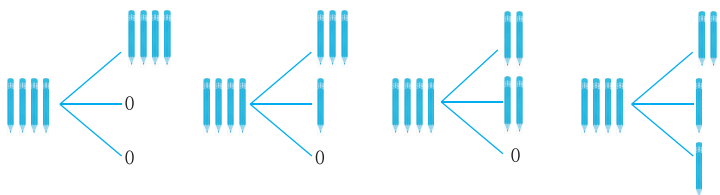
知识大讲堂 32

**讲解过程**

1. 理解题意:把 4 支铅笔放进 3 个笔筒里,无论怎么放,总有一个笔筒里至少有 2 支铅笔。这是为什么呢?请说明理由并解释“总有”“至少”是什么意思。

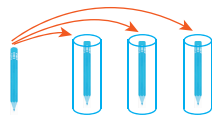
2. 用不同的方法分析说明。

方法一:列举法。借助学具进行操作,将 4 支铅笔放进 3 个笔筒中,并把所有可能出现的情况都列出来,如下图所示。



由此发现,把 4 支铅笔放进 3 个笔筒中,一共有 4 种情况,在每种情况中,都一定有一个笔筒里至少有 2 支铅笔。

方法二:假设法。把 4 支铅笔放进 3 个笔筒中,假设先在每个笔筒中放 1 支铅笔,那么 3 个笔筒里就放了 3 支铅笔,还剩下 1 支。把剩下的那支铅笔再放进任意一个笔筒里,那么那个笔筒里就放了 2 支铅笔。



3. 理解“总有”“至少”的意思:这里的“总有”指的是一定有的意思;“至少”指的是最少,即在所有方法中,放的铅笔最多的那个笔筒里铅笔“最少”的数量。

4. 初步认识“鸽巢问题”:像上面这样的问题就是“鸽巢问题”。在这里,4 支铅笔相当于 4 只鸽子,3 个笔筒相当于 3 个鸽巢。

归纳总结

把 m 个物体任意放进 n 个鸽巢里($m > n$, n 是非 0 自然数),那么一定有一个鸽巢里至少放进了 2 个物体。

知识点三 鸽巢问题的一般形式(难点)**情境导入**(教材第 69 页例 2)

把 7 本书放进 3 个抽屉,不管怎么放,总有一个抽屉里至少放进 3 本书。为什么?如果有 8 本书会怎样呢? 10 本呢?

讲解过程

1. 理解题意:已知把 7 本书放进 3 个抽屉,总有一个抽屉里至少放进 3 本书,这是典型的“鸽巢问题”。如果把 8 本书或 10 本书放进 3 个抽屉,求结果会怎样,并说明理由。

2. 分析与思考。

把 7 本书放进 3 个抽屉,也就是把 7 分解成 3 个数,有下面的 8 种情况:

$$\begin{array}{cccccccc} 7 & 7 & 7 & 7 & 7 & 7 & 7 & 7 \\ \hline 7 & 0 & 0 & 6 & 1 & 0 & 5 & 2 & 0 & 5 & 1 & 1 & 4 & 3 & 0 & 4 & 2 & 1 & 3 & 3 & 1 & 3 & 2 & 2 \end{array}$$

观察上面的几种情况,发现总有一个抽屉里至少有 3 本书。

类似地,把 8 本书放进 3 个抽屉,也就是把 8 分解成 3 个数,有下面的 10 种情况:

$$\begin{array}{cccccccccccc} 8 & 8 & 8 & 8 & 8 & 8 & 8 & 8 & 8 & 8 & 8 \\ \hline 8 & 0 & 0 & 7 & 1 & 0 & 6 & 2 & 0 & 6 & 1 & 1 & 5 & 3 & 0 & 5 & 2 & 1 & 4 & 4 & 0 & 4 & 3 & 1 & 4 & 2 & 2 & 3 & 3 & 2 \end{array}$$

观察上面的几种情况,发现总有一个抽屉里至少有 3 本书。

**思想方法**

把所有情况都列举出来,这体现了数学中的列举法。

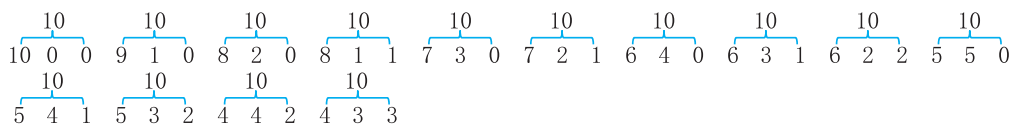
列举法是先将所求问题所有可能的答案一一列举出来,再根据条件判断这些答案是否合适的一种方法。



知识大讲堂 33



把 10 本书放进 3 个抽屉,也就是把 10 分解成 3 个数,有下面的 14 种情况:



观察上面的几种情况,发现总有一个抽屉里至少有 4 本书。

3. 规范解答。

$7 \div 3 = 2(\text{本}) \cdots \cdots 1(\text{本})$ $2 + 1 = 3(\text{本})$

把 7 本书放进 3 个抽屉,总有一个抽屉里至少放进 3 本书。

$8 \div 3 = 2(\text{本}) \cdots \cdots 2(\text{本})$ $2 + 1 = 3(\text{本})$

把 8 本书放进 3 个抽屉,总有一个抽屉里至少放进 3 本书。

$10 \div 3 = 3(\text{本}) \cdots \cdots 1(\text{本})$ $3 + 1 = 4(\text{本})$

把 10 本书放进 3 个抽屉,总有一个抽屉里至少放进 4 本书。

小提示

先把待分物体平均分,如果有剩余,抽屉里的物体数量至少是平均分的结果再加 1。

归纳总结

把多于 kn 个的物体任意分放进 n 个鸽巢中(k 和 n 是非 0 自然数),那么一定有一个鸽巢里至少放进了 $(k+1)$ 个物体。

知识点四 用鸽巢原理解决实际问题(难点)

情境导入(教材第 70 页例 3)

盒子里有同样大小的红球和蓝球各 4 个,要想摸出的球一定有 2 个同色的,至少要摸出几个球?



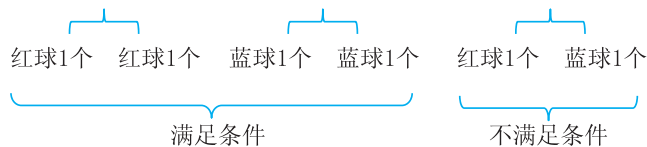
知识大讲堂 34

讲解过程

1. 先猜测,再加以验证。

猜测 1:只摸出 2 个球就能保证是同色的。

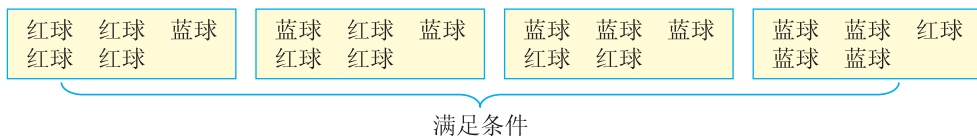
验证:球的颜色有 2 种,如果只摸出 2 个球,会出现三种情况,列举如下。



由此得出,只摸出 2 个球不能保证有 2 个球同色。

猜测 2:摸出 5 个球,一定有 2 个是同色的。

验证:可能会出现四种情况,列举如下。



由此得出,摸出 5 个球能保证至少有 2 个球同色。

如果把红、蓝两种颜色看成 2 个“鸽巢”,因为 $5 \div 2 = 2 \cdots \cdots 1$,所以摸出 5 个球时,至少有 $2 + 1 = 3(\text{个})$ 球是同色的,显然摸出 5 个球不是最少的。

思想方法

把“摸球问题”转化为“鸽巢问题”来解答,这体现了数学中的转化思想。

2. 把实际问题转化成“鸽巢问题”:把“摸球问题”与“鸽巢问题”联系起来,即把红、蓝两种颜色看作 2 个鸽巢(同种颜色就是同 1 个鸽巢),把要摸出的球看作分放的物体。



假设最少摸出 a 个球,则有 $a \div 2 = 1 \cdots c$, 当 $c = 1$ 时, a 最小, 此时 $a = 3$, 所以最少摸出 3 个球, 就能保证有 2 个球是同色的。

由此得出, 颜色数量加上 1 就是最少摸出的球的个数。

归纳总结

利用“鸽巢原理”解决问题的思路和方法: ①弄清“鸽巢”, 建立“数学模型”。②把物体放入“鸽巢”, 进行比较分析。③说明理由, 得出结论。

易错举例

易错点 区分不清“鸽巢问题”中的限制条件, 导致判断错误。

例 判断: 把 3 个苹果放在 2 个盒子里, 盒子里至少放了 2 个苹果。(×)

思路分析 把 3 个苹果放在 2 个盒子里, 共有两种不同的放法, 无论哪一种放法, 都可以说“必有一个盒子里至少放了 2 个苹果”。而不是所有盒子里至少放了 2 个苹果。



慧眼避误区 20

典题精讲

运用列举法解答“鸽巢问题”。

列举法

例 给一个正方体木块的 6 个面分别涂上蓝、黄两种颜色。不论怎么涂至少有 3 个面涂的颜色相同。为什么? 问题的关键。
(教材第 71 页第 3 题)

分析 把蓝、黄两种颜色看作 2 个鸽巢, 6 个面看作要分的物体。因为 $6 \div 2 = 3$, 所以不论怎样涂, 至少有 3 个面涂的颜色相同。

解答 详见分析。

变式练一练 1

如果把 15 人安排在 7 个房间里休息, 那么肯定有一个房间里至少有 3 人。为什么?

掌握“鸽巢原理”是解决此类

运用推导法解答“鸽巢问题”。

推导法

例 有黑、白围棋子若干, 每人随意摸出 4 枚, 要想保证至少有 4 人摸出的围棋子颜色配组相同, 至少有多少人来摸围棋子?
先弄清共有多少种颜色配组, 也就是有多少个鸽巢, 再根据鸽巢原理来解答。

分析

摸出 4 枚棋子的颜色配组有 5 种可能

- 4 白
- 3 白 1 黑
- 2 白 2 黑
- 1 白 3 黑
- 4 黑

把这 5 种可能看成 5 个鸽巢

如果摸出 5 种不同颜色配组的都有 3 人, 则再来 1 人, 就能保证至少有 4 人摸出的颜色配组相同

解答 $5 \times 3 = 15$ (人) $15 + 1 = 16$ (人)

答: 至少有 16 人来摸围棋子。



变式练一练 2

一个盒子里装有黑、白两种颜色的跳棋各 10 枚,从中最少摸出几枚才能保证有 2 枚颜色相同? 从中至少摸出几枚才能保证有 3 枚颜色相同?

素养能力提升

例 从 2, 4, 6, 8, …, 24, 26 这 13 个连续偶数中,任取 8 个不同的数,其中必有两个数的和为 28。你能说明这是为什么吗?

分析▶ 两个数的和为 28 的组合有 (2, 26)、(4, 24)、(6, 22)、(8, 20)、(10, 18)、(12, 16), 共有 6 组, 还剩下一个“14”, 我们把它单独作为一组, 这样共有 7 组, 把这 7 组数看作 7 个鸽巢, 除最后一组外, 其余每组中的两个数的和均为 28。“鸽巢”找到了, 接下来就可按“鸽巢问题”进行解答了。

解答▶ 把这 13 个数按相加的和是 28 进行分组, 共能分成 7 组(最后一组仅有 14 一个数), 把这 7 组数看作 7 个鸽巢, 要从 7 个鸽巢中取出 8 个数, 必有一个鸽巢中要取出两个, 而最后一个鸽巢中已经没有数可取了, 所以不管从前面哪个鸽巢中再取一个, 都会出现有两个数的和是 28。

举一反三做一做

学校有数学、英语、美术、书法四个兴趣小组, 每名学生最多参加两个兴趣小组(可以不参加), 至少选多少名学生, 才能保证有两名学生参加兴趣小组的情况完全相同?



名师讲奥数 15

方法宝盒

解答此类问题的关键是弄清“鸽巢”。

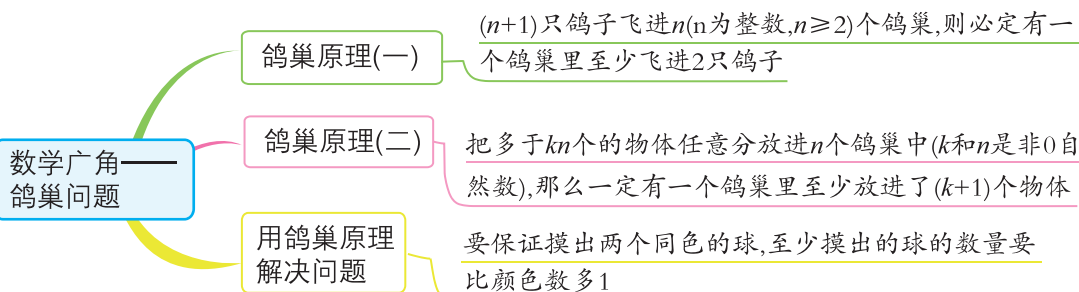


小提示

凡是鸽巢中有两个数的, 都有一个共同的特点: 这两个数的和是 28。

第五单元核心考点归纳

智慧小锦囊



核心考点

考点 灵活运用鸽巢原理解实际问题

例 把 16 个苹果放进 7 个抽屉, 总有一个抽屉里至少放了 () 个苹果; 10 只鸽子飞进 4



个巢,总有一个鸽巢至少飞进()只鸽子。

分析▶把16个苹果放进7个抽屉, $16 \div 7 = 2(\text{个}) \cdots \cdots 2(\text{个})$,即平均每个抽屉放2个苹果后,还余2个,余下的2个无论放到哪个抽屉,总有一个抽屉里至少会有 $2+1=3(\text{个})$ 苹果;10只鸽子飞进4个巢, $10 \div 4 = 2(\text{只}) \cdots \cdots 2(\text{只})$,即平均每个鸽巢飞进2只鸽子后,还有2只鸽子没有飞进,余下的2只无论飞进哪个鸽巢里,总有一个鸽巢至少飞进 $2+1=3(\text{只})$ 。

解答▶ $16 \div 7 = 2(\text{个}) \cdots \cdots 2(\text{个})$, $2+1=3(\text{个})$;
 $10 \div 4 = 2(\text{只}) \cdots \cdots 2(\text{只})$, $2+1=3(\text{只})$ 。

方法宝盒

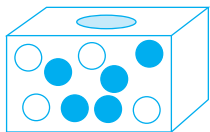
要把 m 个物体任意放进 n 个抽屉里,如果 $m \div n = k \cdots \cdots a$ ($m > n$, $n \neq 0$),那么一定有一个抽屉至少放 $(k+1)$ 个物体。

第五单元演练

(时间:60分钟 分数:_____)

一、填空题。(27分)

- 有12张扑克牌(不同花色的J、Q、K各4张),洗一下反扣在桌子上,至少摸出()张才能保证有两张牌的颜色(红或黑)是相同的;至少摸出()张才能保证四种花色的牌都有;至少摸出()张才能保证有三张是同种花色的。
- (1)6个小朋友乘5只小船游玩,至少要有()个小朋友坐在同一只小船里。
 (2)26个小朋友乘5只小船游玩,至少要有()个小朋友坐在同一只小船里。
- 有黑色、白色、蓝色手套各5只,至少要拿出()只(拿的时候不许看颜色),才能使拿出的手套中一定有两只是同种颜色的。
- 箱子中有5个红球,4个白球,至少取出()个才能保证两种颜色的球都有,至少要取()个才能保证有2个白球。



- 如图,在一个格里最多放入一个“☆”,要想使得同一行、同一列和对角线上的三个格里都不



同时出现三个“☆”,那么在这九个格里最多能放入()个“☆”。

二、选择题。(20分)

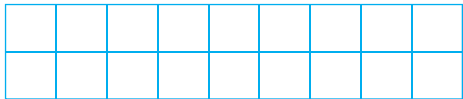
- 有红、黄、蓝、白珠子各10颗,装在一个袋子里,为了保证摸出的珠子有两颗颜色相同,应至少摸出()颗。
 A. 4 B. 5 C. 10 D. 11
- 把10个学生分到4个班,则至少有一个班分到的学生人数不少于()人。
 A. 1 B. 2 C. 3 D. 4
- 把25个苹果最多放进()个抽屉中才能保证至少有一个抽屉中放进7个苹果。
 A. 3 B. 4 C. 5 D. 6
- 一个盒子里装有黄、白乒乓球各5个,要想取出的乒乓球中一定有两个黄色的,则至少取()个。
 A. 3 B. 5 C. 6 D. 7
- 某班有男生25人,女生18人,下面说法正确的是()。
 A. 至少有2名男生是在同一个月出生的
 B. 至少有2名女生是在同一个月出生的
 C. 至少有5个人是在同一个月出生的
 D. 以上选项都有误

三、解决问题。(53分)

- 在下面的方格图中,将每一个小方格都涂



上红色或黄色,不论怎么涂,至少有几列的颜色是完全相同的?(10分)



2. 有4个运动员练习投篮,一共投进了30个球,一定有1个运动员至少投进几个球?
(10分)

3. 做一个小正方体,两个面上写1,两个面上写2,两个面上写3。至少要抛多少次才能保证至少有3次朝上的面上的数字相同?(11分)



考试加油站 2

4. 六(4)班有40名学生,男、女生人数比是1:1,随机选取,至少选多少人才能保证选出的人中男生和女生都有?(11分)

5. 小花猫钓到了鲤鱼、草鱼、鲫鱼三种鱼共12条,放在桶里提回家去。路上遇见了小白猫,小花猫问小白猫:“你最爱吃什么鱼?”小白猫说:“我最爱吃的是鲤鱼。”小花猫说:“好,你只要从我的桶里随便拿出3条鱼来,就一定会有你最爱吃的鲤鱼,不过你得先告诉我,我一共钓了几条鲤鱼。”小白猫说了一个数,并从桶里拿出3条鱼,果然有鲤鱼,小花猫把1条鲤鱼送给了小白猫。那么,小花猫到底钓到了几条鲤鱼呢?(11分)

期中测试

(时间:90分钟 分数:_____)

一、填空题。(20分)

- 一件羽绒服原价1200元,换季时商场打八折出售,这件羽绒服现价()元。
- $\frac{7}{3}$ 时=2时()分
3km50m=()km
65000mL=()L
12.80dm³=()cm³
- 一个圆柱的底面半径是4dm,高是15dm,它的表面积是()dm²,体积是()dm³。
- 某种饮料标准净含量为250mL,质检人员为了了解该种饮料每瓶净含量与标准的误差,把净含量252mL记作+2mL,那么净含量249mL应该记作()mL。


- 如果 a 与 b 之间的数量关系满足 $3a=5b$ ($ab \neq 0$),那么 $a:b=():()$ 。
- 某市2020年出境旅游人数为17600人次,比2019年增长一成。该市2019年出境旅游人数为()人次。
- 比例尺是 $\frac{0}{\quad} \frac{30}{\quad} \frac{60}{\quad} \frac{90}{\quad} \frac{120}{\quad}$ km, 图上的1cm表示实际距离()km;如果实际距离是450km,那么在这幅地图上要画()cm。把这个线段比例尺改写成数值比例尺是()。
- 把7只兔子装进6个笼子里,至少有()只兔子装进1个笼子里。
- 在直线(向右为正方向),负数都在0的()边,也就是负数都比0(),正数



都比0()。

10. 把体积是 186dm^3 的圆柱削成最大的圆锥, 削掉部分的体积是() dm^3 , 圆锥的体积是() dm^3 。

二、判断题。(6分)

- 三个圆锥的体积正好等于一个圆柱的体积。()
- 把一个大圆柱切成两个小圆柱后, 总体积不变。()
- 圆的半径扩大到原来的2倍, 直径就扩大到原来的4倍。()
- 把比例尺0  40km 改写成数值比例尺是 $1:4000$ 。()
- 把用橡皮泥做成的长方体捏成圆柱, 表面积和体积都不变。()
- 走完同一段路程, 甲用10分钟, 乙用11分钟, 甲和乙的速度比是 $10:11$ 。()

三、选择题。(5分)

- 如果某商店盈利100元, 记作+100元, 那么亏损360元, 记作()元。
A. +360 B. -360 C. 无法表示
- 一个圆柱和一个圆锥的底面积和体积都相等, 圆柱的高是3cm, 那么圆锥的高是()cm。
A. 2 B. 6 C. 9
- 图上6cm表示实际距离240km, 这幅图的比例尺是()。
A. $1:40000$
B. $1:400000$
C. $1:4000000$
- 下面()中的两个比不能组成比例。
A. $7:8$ 和 $14:16$
B. $0.6:0.2$ 和 $3:1$
C. $19:110$ 和 $10:9$
- K683次列车从大连开往北京, 它的平均速度和所用的时间()。
A. 成正比例 B. 成反比例 C. 不成比例

四、计算题。(16分)

1. 直接写得数。(8分)

$$\frac{5}{6} \times 3 = \quad \quad \quad \frac{3}{7} \times \frac{14}{15} =$$

$$\frac{7}{8} \times \frac{4}{21} =$$

$$0 \times \left(\frac{14}{19} - \frac{11}{20} \right) =$$

$$\frac{5}{6} \div 3 =$$

$$15 \div \frac{3}{5} =$$

$$\frac{5}{11} \div \frac{3}{22} =$$

$$\frac{3}{28} \times \left(\frac{13}{8} - \frac{5}{8} \right) =$$

2. 解比例。(8分)

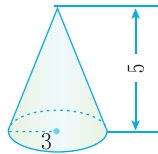
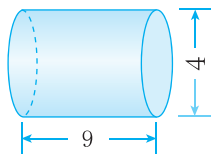
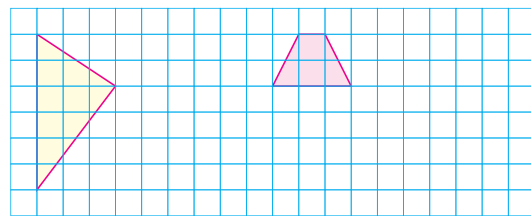
$$\frac{x}{8.1} = \frac{4}{10.8}$$

$$\frac{3}{5} : \frac{8}{3} = \frac{3}{8} : x$$

$$0.5 : x = 23 : \frac{23}{5}$$

$$4 : 6 = x : 5$$

五、计算下面圆柱的表面积及圆锥的体积。(单位:cm)(8分)

六、画出图中的三角形按 $1:3$ 变化后的图形, 画出梯形按 $2:1$ 变化后的图形。(4分)

七、解决问题。(41分)

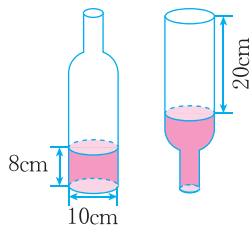
1. 百货大楼搞促销活动, 甲品牌鞋每满200元减100元, 乙品牌鞋“折上折”, 就是先打八折, 在此基础上再打九五折。如果两个品牌都有一双标价300元的鞋, 优惠后两个品牌的鞋的价格相差多少元?(5分)



2. 小明帮老师包装书,其中 120 本可以打包成 3 捆,照这样计算,480 本书要包多少捆?(用比例解)(5 分)

3. 有一个瓶子,里面水的高度是 8cm,把瓶盖拧紧倒置放平,无水部分是圆柱形,高度是 20cm。这个瓶子的容积是多少毫升。

(6 分)



4. 一个圆锥形沙堆的底面周长是 18.84m,高是 4.5m,每立方米沙子售价 31 元,王大爷准备买下这堆沙子盖房用,他应付多少元?(结果保留整数)(6 分)

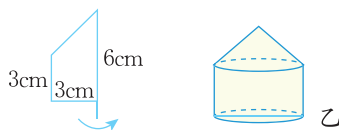
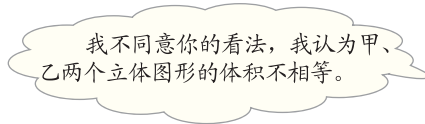
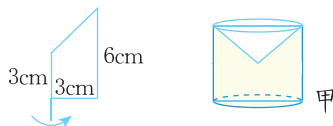
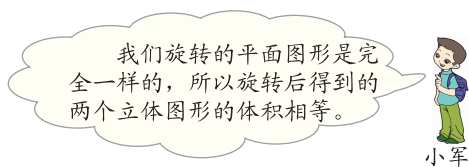


考试加油站 3

5. 在比例尺是 1 : 20000 的图纸上量得天安门广场南北长约 4.4cm,东西宽约 2.5cm,天安门广场的实际面积约是多少平方米?(6 分)

6. 张大爷将 5000 元存入银行,定期 3 年,年利率是 2.75%,到期后他可得利息多少元?(6 分)

7. 小军和小红分别以直角梯形的上底和下底为轴,将梯形旋转一周,得到两个立体图形。(7 分)



- (1) 你同意谁的说法,请将名字写在括号里。()
- (2) 甲、乙两个立体图形的体积比是多少?(写出你的计算过程)

六 整理和复习

1 数与代数

数与代数

知识技能

1. 数的认识：数的分类、在直线上表示数、数位顺序表、因数和倍数、小数点移动引起小数大小的变化、大数的认识等

2. 数的运算：四则运算的意义、计算方法、运算顺序、运算定律及其应用，解决问题的策略等

3. 式与方程：用字母表示数、代数式书写、方程与等式、等式的基本性质以及运用方程解决实际问题等

4. 比和比例：比和比例的意义及性质，比、分数、除法之间的联系，比的基本性质、分数的基本性质与商不变的规律之间的关系，正、反比例等

数学思考

1. 能综合运用所学知识、建构模型分析和解决问题，培养运用意识和创新意识

2. 在解决问题的过程中，经历知识的探究过程，发展数感，增强符号意识，提高运算能力

问题解决

1. 掌握所学的常见数量关系以及解决问题的思考方法，培养发现问题、分析问题和解决问题的能力

2. 能够灵活地运用所学知识分析和解决生活中的一些简单的实际问题，体会和掌握解决问题的基本数学思想，积累基本的数学活动经验

情感态度

学会寻找知识间的关系，建立科学的知识结构，丰富数学活动经验，获得积极的情感体验



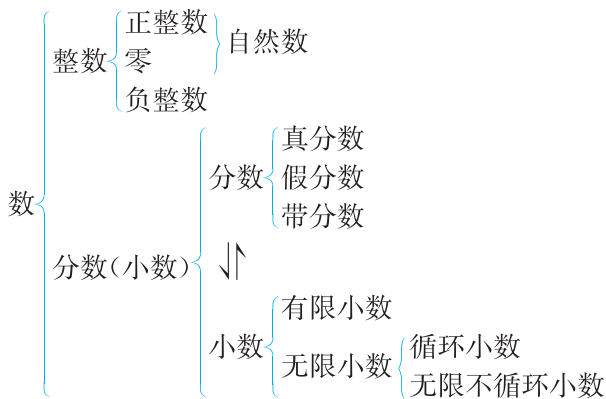


第1节 数的认识

知识回顾

知识点一 数的分类和意义

1. 数的分类。



2. 各种数的意义。

(1)自然数的意义:在数物体个数时,用来表示物体个数的数 $0、1、2、3、4、\dots$ 叫做自然数。自然数的个数是无限的,一个物体也没有用 0 表示,没有最大的自然数。自然数是整数的一部分。一个自然数有两方面的意义:一是表示事物的多少,称为基数,如 4 个苹果中的 4 ;二是表示事物的次序,称为序数,如第 5 个学生中的 5 。

(2)正整数、负整数的意义:像 $1、2、3、4、\dots$ 这样的数,叫做正整数,像 $-1、-2、-3、\dots$ 这样的数叫做负整数。正整数和负整数的个数都是无限的。最小的正整数是 1 ,没有最大的正整数;最大的负整数是 -1 ,没有最小的负整数。

(3) 0 : 0 表示一个物体也没有,是正整数和负整数的分界点;还表示起点(如 0 刻度);计数时, 0 起占位作用。

(4)整数的意义:正整数、 0 和负整数统称整数。整数的个数是无限的,没有最小的整数,也没有最大的整数。

(5)正数和负数的意义:像 $+100、20、+\frac{1}{3}、1.4、\dots$ 这样的数叫做正数;像 $-1、-2、-0.1、-\frac{1}{3}、\dots$ 这样的数叫做负数。 0 既不是正数,也不是负数。

(6)分数的意义:把单位“ 1 ”平均分成若干份,表示这样的一份或几份的数叫做分数。

分数单位:把单位“ 1 ”平均分成若干份,表示这样的一份的数就是这个分数的分数单位。一个分数的分母是几,它的分数单位就是几分之一。分子是几,就有几个这样的分数单位。

真分数:分子比分母小的分数叫做真分数,真分数小于 1 。

假分数:分子比分母大或分子和分母相等的分数叫做假分数,假分数大于或等于 1 。

带分数:带分数是大于 1 的假分数的另一种形式。

(7)百分数的意义:表示一个数是另一个数的百分之几的数叫做百分数,也叫百分率或百分比。

分数和百分数的关系:分数既可以表示一个数,也可以表示两个数的比,表示一个数时,后面可以带单位名称;而百分数只表示一个数占另一个数的百分比,不能用来表示具体数,百分数后面不能带单位名称。

(8)小数的意义:把单位“ 1 ”平均分成 10 份、 100 份、 1000 份……这样的一份或几份可以用分



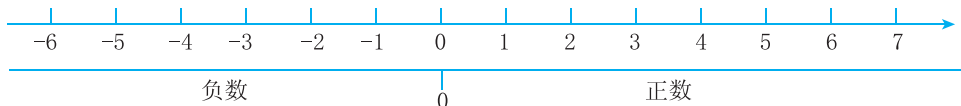
母是10、100、1000……的分数来表示,也可以用小数表示。

有限小数和无限小数:小数部分的位数是有限的小数叫做有限小数,小数部分的位数是无限的小数叫做无限小数。

循环小数:一个小数,从小数部分的某一位起,一个数字或几个数字依次不断地重复出现,这样的小数叫做循环小数;循环小数都是无限小数。

知识点二 在直线上表示数

1. 我们学过的数都可以用直线上的点来表示。



(1)在直线上(向右为正方向),0左边的数表示负数,0右边的数表示正数。

(2)正数和负数中都存在着整数、小数和分数。

2. 如何在直线上表示整数、分数和小数。

把直线上任意两点之间的线段平均分成10份,1份就表示 $\frac{1}{10}$ (0.1),2份就表示 $\frac{2}{10}$ (0.2)……这样在直线上就可以表示出任意一个整数、分数和小数,如下图:



知识点三 数位顺序表、计数单位、十进制计数法、数位、位数、数的分级

1. 数位顺序表。

	整数部分												小数点	小数部分					
	…	亿 级				万 级				个 级									
数 位	…	千 亿 位	百 亿 位	十 亿 位	亿 位	千 万 位	百 万 位	十 万 位	万 位	千 位	百 位	十 位	个 位	.	十 分 位	百 分 位	千 分 位	万 分 位	…
计 数 单 位	…	千 亿	百 亿	十 亿	亿	千 万	百 万	十 万	万	千	百	十	一 (个)		十 分 之 一	百 分 之 一	千 分 之 一	万 分 之 一	…

2. 计数单位、十进制计数法、数位与位数。

- 计数单位:一(个)、十、百、千、万、十万、百万、千万、亿、十亿、百亿、千亿……都是计数单位。
- 十进制计数法:每相邻两个计数单位之间的进率都是十的计数法叫做十进制计数法,如10个一百是一千。
- 数位:不同的计数单位,按照一定的顺序排列,它们所占的位置叫做数位。同一个数字所在的数位不同,表示的意义也不同,3写在百位上表示3个百,写在十位上表示3个十。
- 位数:一个数占有数位的个数叫做位数。例如,2019是四位数,201是三位数。

3. 数的分级。

按照我国的计数习惯,整数部分从个位起,每四个数位是一级。个位、十位、百位、千位是个级,表示多少个一;万位、十万位、百万位、千万位是万级,表示多少个万;亿位、十亿位、百亿位、千亿位是亿级,表示多少个亿……



知识点四 数的读法和写法

知识点		读写法	举例
整数	读法	读一个多位数,先分级,再从高位到低位,一级一级地读。每级按照个级的读法来读,读亿级和万级时,必须加“亿”字和“万”字。每级末尾的 0 都不读,其他数位上有一个 0 或连续几个 0 都只读一个零	$1 \quad \quad 0600 \quad \quad 0000$ 读作:一亿零六百万 $492 \quad \quad 0513 \quad \quad 7580$ 读作:四百九十二亿零五百一十三万七千五百八十 $80 \quad \quad 0040 \quad \quad 6000$ 读作:八十亿零四十万六千
	写法	写数时,按从高位到低位的顺序,一级一级地写。哪个数位上一个计数单位也没有,就在那一位上写 0。写完后,画上分级线检查,每一级都只能写四位,不要多写或少写 0	七万五千三百四十三 写作:75343 四百三十万零五十六 写作:4300056 十五亿二千零九万 写作:1520090000
小数	读法	读小数时,整数部分按照整数的读法来读,小数点读作“点”,小数部分按照从左往右的顺序依次读出每一个数位上的数,小数部分的 0 要一个不少地读出来	3.0048 读作:三点零零四八
	写法	写小数时,整数部分按照整数的写法来写,小数点写在个位的右下角,小数部分顺次写出每一个数位上的数字	三点零四八 写作:3.048
分数	读法	读分数时,先读分母,再读分数线,读作“分之”,最后读分子;读带分数时,先读整数部分,再读“又”字,最后读分数部分	$\frac{3}{5}$ 读作:五分之三 $1\frac{3}{4}$ 读作:一又四分之三
	写法	写分数时,一般先写分数线,再写分母,最后写分子;写带分数时,先写整数部分,再写分数部分,分数线对准整数部分,距离要紧凑	八分之三 写作: $\frac{3}{8}$ 一又四分之三 写作: $1\frac{3}{4}$
百分数	读法	先读百分号,读作“百分之”,再读百分号前面的数	200% 读作:百分之二百
	写法	先写分子,再写百分号	百分之二十 写作: 20%
正、负数	读法	“+”读作正,后面的数是几,就读几;“-”读作负,后面的数是几,就读几	$+3$ 读作:正三 -3 读作:负三
	写法	正数前面的“+”可以省略不写;负数前面的“-”不能省略不写	正三写作: $+3$ 或 3 负三写作: -3

**知识点五 规律与性质**

小数点的位置移动引起小数的大小变化规律	<p>小数点向右移动一位、两位、三位……该数就扩大到原来的 10 倍、100 倍、1000 倍……小数点向左移动一位、两位、三位……该数就缩小到原来的 $\frac{1}{10}$、$\frac{1}{100}$、$\frac{1}{1000}$……</p> <p>移动小数点的位置时,如果位数不够,用 0 占位</p>
小数的基本性质	在小数的末尾添上 0 或去掉 0,小数的大小不变
分数的基本性质	分数的分子和分母同时乘或除以相同的数(0 除外),分数的大小不变

知识点六 数的改写**1. “四舍五入”法。**

“四舍五入”法是在计算时取近似值的一种方法,顾名思义,如果被舍去部分的首位数字小于或等于 4 要舍弃,等于或大于 5 要向前一位进 1,这种取近似值的方法叫做“四舍五入”法。

如 93.34 保留一位小数是 93.3,93.35 保留一位小数是 93.4。

2. 把多位数改写成用“万”或“亿”作单位的数。

	方法	符号	结果	举例
直接改写	先在这个数的万位或亿位的右下角点上小数点,再写上“万”或“亿”字(小数点末尾的 0 要去掉)	=	精确值	<p>把 8560000000 改写成用“万”作单位的数是 856000 万,改写成用“亿”作单位的数是 85.6 亿</p> <p>$8560000000 = 856000$ 万</p> <p>$8560000000 = 85.6$ 亿</p>
省略尾数改写	先用“四舍五入”法省略尾数,再写上“万”或“亿”字	≈	近似值	<p>235800 省略万位后面的尾数约为 24 万</p> <p>$235800 \approx 24$ 万</p>

3. 求小数的近似数。

要求把小数保留到哪一位,先看那一位的后一位上的数字,再按“四舍五入”法省略,中间用“≈”连接。例如,4.32 保留一位小数是 4.3,即 $4.32 \approx 4.3$ 。

4. 假分数、带分数与整数的互化。

(1)把假分数化成整数或带分数的方法。

根据分数与除法的关系,用假分数的分子除以分母,如果分子是分母的倍数,所得的商就是整数,如果分子不是分母的倍数,所得的商是带分数的整数部分,余数是分数部分的分子,分母不变。

如 $\frac{15}{3} = 15 \div 3 = 5$, $\frac{16}{3} = 5 \frac{1}{3}$ 。

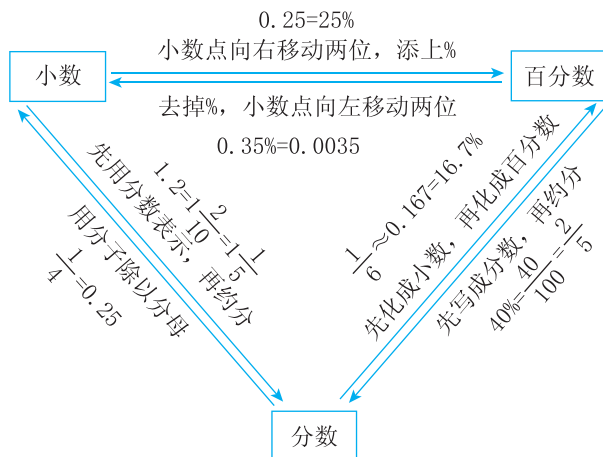
(2)把整数化成假分数的方法。

把整数(0 除外)化成假分数,用指定的数(0 除外)作分母,用分母和整数的乘积作分子。

如把 4 化成分母是 3 的分数是 $4 = \frac{4 \times 3}{3} = \frac{12}{3}$ 。



5. 分数、小数和百分数的互化与关系。



知识点七 数的大小比较

知识点		具体内容	举例
整数的大小比较		(1)位数不同,位数多的数就大 (2)位数相同,从最高位比起,最高位上的数字大的那个数就大,如果最高位上的数字相同,就比较下一位上的数字,依此类推,直到比出大小为止	(1) $1234>234$ (2) $5678>3456$ $5678<5680$
小数的大小比较		先比较整数部分,整数部分大的那个数就大;整数部分相同,就比较十分位上的数字,十分位上的数字大的那个数就大;如果十分位上的数字相同,就比较百分位上的数字,依此类推,直到比出大小为止	$20.19>19.19$ $20.19>20.09$ $20.19>20.18$
分数的大小比较	真分数和假分数	分母相同,分子大的那个数就大;分子相同,分母小的那个数就大;分子、分母都不相同,先通分,化成同分母分数,再比较大小;假分数大于真分数	$\frac{1}{3}<\frac{2}{3}$ $\frac{3}{4}>\frac{3}{5}$ $\frac{3}{4}<\frac{4}{5}$ $\frac{6}{5}>\frac{3}{4}$
	带分数	整数部分不同,整数部分大的那个数就大;整数部分相同,比较分数部分的大小	$3\frac{3}{4}>2\frac{3}{5}$ $3\frac{3}{4}>3\frac{3}{5}$
	带分数和假分数	一般先把带分数化成假分数,再比较大小	$4\frac{1}{3}=\frac{13}{3}>\frac{5}{3}$

知识点八 因数和倍数

1. 因数和倍数的意义。

如果 $a \times b = c$ (a, b, c 均是不为 0 的自然数), 那么 a 和 b 就是 c 的因数, c 就是 a 和 b 的倍数, 因数和倍数是相互依存的。

2. 因数和倍数的特征。

(1) 一个数的因数的个数是有限的, 其中最小的因数是 1, 最大的因数是它本身, 如 6 的因数有 1、2、3、6, 其中最小的因数是 1, 最大的因数是 6。

(2) 一个数的倍数的个数是无限的, 其中最小的倍数是它本身, 没有最大的倍数, 如 5 的倍数



有 5、10、15、20、…，没有最大的倍数，最小的倍数是 5。

(3) 一个数既是它本身的因数，又是它本身的倍数。

3. 2、3、5 的倍数的特征。

2 的倍数的特征：个位上是 0、2、4、6、8 的数。

3 的倍数的特征：各个数位上的数字的和是 3 的倍数。

5 的倍数的特征：个位上是 0 或 5 的数。

2、5 的倍数的特征：个位上是 0 的数。

4. 奇数和偶数。

自然数	{	在自然数中，不能被 2 整除的数，叫做奇数。
		奇数
	{	最小的奇数是 1，没有最大的奇数。
		偶数
		偶数的个位上是 0、2、4、6、8。
		最小的偶数是 0，没有最大的偶数。

5. 质数和合数。

非 0 自然数 (按照因数的个数)	{	质数	只有 1 和它本身两个因数的数，叫做质数。
			最小的质数是 2。
		1	1 既不是质数，也不是合数。
		合数	一个数，除了 1 和它本身外，还有其他的因数，这样的数叫做合数。
			最小的合数是 4。

6. 最大公因数和最小公倍数。

(1) 最大公因数：几个数公有的因数叫做这几个数的公因数，其中最大的那个数叫做这几个数的最大公因数。

(2) 最小公倍数：几个数公有的倍数叫做这几个数的公倍数，其中最小的那个数叫做这几个数的最小公倍数。

(3) 求两个数的最大公因数和最小公倍数的一般方法。

求两个数的最大公因数	求两个数的最大公因数常用短除法 $\begin{array}{r} 2 \overline{) 12 \ 18} \\ 3 \overline{) \ 6 \ 9} \\ \hline 2 \ 3 \end{array}$ 12 和 18 的最大公因数是 $2 \times 3 = 6$
求两个数的最小公倍数	求两个数的最小公倍数常用短除法 $\begin{array}{r} 2 \overline{) 12 \ 18} \\ 3 \overline{) \ 6 \ 9} \\ \hline 2 \ 3 \end{array}$ 12 和 18 的最小公倍数是 $2 \times 3 \times 2 \times 3 = 36$
特殊情况	如果较小数是较大数的因数，那么较小数就是这两个数的最大公因数，较大数就是这两个数的最小公倍数 如果两个数互质，那么它们的最大公因数是 1，最小公倍数是它们的乘积

考点精讲

考点一 整数的读写、改写与省略。

例 388210000000，这个数读作()，改写成用“亿”作单位的数是()，省略“亿”位后面的尾数约是()；八千八百八十九点一亿写作()。



分析▶多位数的读法:将数从右往左四位一级分开,画上分级线,从高位读起,先读亿级,读完在后面加上“亿”字;再读万级,读完在后面加上“万”字,如果万级上的数都是0,则不加“万”字;最后读个级。每级中间连续的两个0只读一个“零”,每一级末尾的0都不读。

多位数的写法:从高位到低位一级一级地往下写,哪个数位上有几个计数单位就在那一位上写几,哪个数位上一个计数单位也没有就在那一位上写0占位。

多位数的改写与省略:多位数的改写,不改变数的大小;多位数的省略,改变数的大小。改写用“=”连接,省略用“≈”连接。

解答▶三千八百八十二亿一千万 3882.1 亿 3882 亿 8889.1 亿

考点二 求一个数的近似数。

例 按要求求近似数。

一个两位小数,用“四舍五入”法精确到十分位约是 32.8,这个数最大是(),最小是()。

分析▶最大的数是用“四舍”法得到的,十分位上是8,百分位上是4;最小的数是用“五入”法得到的,十分位上是7,百分位上是5。

解答▶ 32.84 32.75

考点三 小数、分数、百分数、比、除法的关系。

例 $() \div 8 = \frac{9}{()} = 0.75 = () : 20 = () \%$

分析▶找到已知数 0.75,把 0.75 化成百分数是 75%,根据分数与除法关系得出 $0.75 = \frac{3}{4} = 6 \div 8 = \frac{9}{12}$,根据比的基本性质得出 $15 : 20 = \frac{3}{4}$ 。

解答▶ 6 12 15 75

考点四 小数的大小比较。

例 把 0.34、 $0.\dot{3}4$ 、 $0.\dot{3}4$ 、0.304304...和 0.034 按从小到大的顺序排列。

分析▶题目中的循环小数以简写的形式和一般的形式出现,不便于比较,可以先将简写的形式转化为一般的形式,即 0.34、0.3434...、0.3444...、0.304304...和 0.034,再按小数比较大小的方法进行比较,最后按从小到大的顺序排列。

解答▶ $0.034 < 0.304304\cdots < 0.34 < 0.\dot{3}4 < 0.\dot{3}4$

考点五 2、3、5 的倍数特征。

例 用 1、5、0 这 3 个数字组成没有重复数字的三位数有(),这些三位数中,是 5 的倍数的有(),既是 2 的倍数又是 5 的倍数的数有(),是 3 的倍数有(),把 150 分解质因数是 $150 = ()$ 。

分析▶组三位数时,因为 0 不能在百位上,所以把 1 和 5 分别放在百位上,得到的三位数有 150、105、501、510;个位上是 0 或 5 的数都是 5 的倍数,所以 5 的倍数有

方法宝盒

读数和写数时,先分级,再一级一级地读写。另外,还要注意改写与省略中“=” “≈”的选择和使用。

方法宝盒

求最大是多少时,用“四舍”法取值;求最小是多少时,用“五入”法取值。

方法宝盒

解答“连环”问题常用的方法:先找到已知数,再根据分数、小数和百分数的互化方法进行解答,接着利用除法、比之间的关系进行解答。

方法宝盒

比较一些小数的大小时,可以先将这些小数的小数点对齐,再从最高位开始一位一位地比较。

方法宝盒

既是 2 的倍数又是 5 的倍数的特征是个位上是 0,分解质因数时,要把这个数写成几个质数相乘的形式。



150、105、510;既是2的倍数又是5的倍数的数个位上是0,所以有150、510;一个数各个数位上的数字的和是3的倍数,这个数就是3的倍数,所以3的倍数有150、105、501、510;把150分解质因数是 $150=3\times 5\times 2\times 5$ 。

解答▶ 150、105、501、510 150、105、510 150、510 150、105、501、510 $3\times 5\times 2\times 5$

考点六 最大公因数。

例 在庆祝六一晚会中,学校买了48个苹果和36个橘子,平均分给小演员们,正好分完。这台晚会上的小演员最多有多少人? 平均每人分到多少个苹果?

分析▶ 求小演员最多有多少人就是求48和36的最大公因数,运用短除法解答即可。用“苹果数量÷人数”可以求出每人分到的苹果个数。

解答▶
$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 48 \ 36} \\ 2 \overline{) 24 \ 18} \\ 3 \overline{) 12 \ 9} \\ 4 \ 3 \end{array} \quad 2\times 2\times 3=12 \quad 48\div 12=4(\text{个})$$

答:这台晚会上的小演员最多有12人,平均每人分到4个苹果。

考点七 小数点的位置移动引起小数的大小变化。

例 一个小数,小数点先向左移动一位,再扩大到所得数的1000倍,得274,原数是()。

分析▶ 采用“逆推法”解答。274缩小到原来的 $\frac{1}{1000}$,得0.274,接着把0.274的小数点向右移动一位,得到2.74。

解答▶ 2.74

考点八 分数的大小比较。

例 $\frac{1}{2} < \frac{7}{(\quad)} < \frac{4}{5}$,括号中可以填()。

分析▶ 已知三个分数的分子,根据分数的基本性质,化成分子相同的分数, $\frac{28}{56} < \frac{28}{(\quad)\times 4} < \frac{28}{35}$,得出 $56 > (\quad) \times 4 > 35$,所以,括号里可以填9、10、11、12或13。

解答▶ 9、10、11、12或13

方法宝盒

利用短除法求两个数的最大公因数时,要从两个数的最小公因数(1除外)开始分解,直到除得的两个商互质为止。

方法宝盒

解答小数点的位置移动类问题时,一般采用“逆推法”,从最后给出的已知信息开始,倒着向前推,直到求出答案为止。

方法宝盒

三个不相等的分数,已知3个分子和2个分母,填写分母的方法:先化成分子相同的分数,再比较分母填空。同理,已知3个分母和2个分子,填写分子的方法:先通分,再比较分子填空。

第2节 数的运算

知识回顾

知识点一 四种运算的意义

四种运算的意义

加法:把两个数合并成一个数的运算。
减法:已知两个加数的和与其中的一个加数,求另一个加数的运算。
乘法:求几个相同加数的和的简便运算。
除法:已知两个乘数的积与其中的一个乘数,求另一个乘数的运算。



知识点二 0 和 1 参与四则运算的特殊情况

有 关 0 的 运 算	加法: $a+0=a$ $0+a=a$	有 关 1 的 运 算	乘法: $a \times 1=a$ $1 \times a=a$
	减法: $a-0=a$ $a-a=0$		除法: $1 \div a = \frac{1}{a} (a \neq 0)$
	乘法: $a \times 0=0$ $0 \times a=0$ $0 \times 0=0$		$a \div 1=a$
	除法: $0 \div a=0 (a \neq 0)$		$a \div a=1 (a \neq 0)$

知识点三 四则运算的计算方法

	整数	小数	分数
加法	把相同数位对齐,从低位加起,哪一位上的数相加满十,向前一位进1	计算小数加减法时,先把小数点对齐,也就是把相同数位对齐,再按照整数加减法的法则进行计算,最后点上小数点	同分母分数相加减,分母不变,分子相加减,最后结果要约分。异分母分数相加减,先通分化成同分母分数,再按照同分母分数加减法的法则计算,最后结果要约分
减法	把相同数位对齐,从低位减起,哪一位上的数不够减,向前一位借1,在本位上加10再减		
乘法	从低位到高位分别用一个乘数的每一位去乘另一个乘数,用这个乘数的哪一位去乘,所得的积的末位就要和那一位对齐,然后把几次乘得的积加起来	先按照整数乘法的计算方法算出积,再看乘数中一共有几位小数,就从积的右边起数出几位点上小数点	分数乘整数,用分数的分子和整数相乘的积作分子,分母不变,再把结果化成最简分数 分数乘分数,用分子相乘的积作分子,分母相乘的积作分母,再把结果化成最简分数
除法	从被除数的最高位除起,除数有几位,就看被除数的前几位,如果前几位比除数小,就多看一位再除,除到哪一位,商就写在那一位的上面,如果哪一位不够商1,就写0占位,每次除得的余数都要比除数小	除数是整数时,按照整数除法的法则进行计算,商的小数点要和被除数的小数点对齐。除数是小数时,根据商不变的性质,把除数转化为整数来进行计算	$\text{甲} \div \text{乙} (0 \text{ 除外}) = \text{甲} \times \frac{1}{\text{乙}}$

知识点四 四则运算中各部分之间的关系

	加法	减法	乘法	除法
各部分之间的关系	加数+加数=和 一个加数=和-另一个加数	差=被减数-减数 减数=被减数-差 被减数=差+减数	乘数×乘数=积 一个乘数=积÷另一个乘数	商=被除数÷除数 除数=被除数÷商 被除数=除数×商

运用四则运算中各部分之间的关系可以对四则运算进行验算,也可以解方程。

**知识点五** 四则混合运算的运算顺序

在四则混合运算中,加法和减法叫做第一级运算,乘法和除法叫做第二级运算	
没有括号	如果只含有同一级运算,要从左往右依次计算;如果含有两级运算,要先计算乘除法,再计算加减法
含有括号	先算小括号里面的,再算中括号里面的,最后算中括号外面的

知识点六 运算定律与运算性质

名称	内容	用字母表示
加法交换律	两个数相加,交换加数的位置,它们的和不变	$a+b=b+a$
加法结合律	三个数相加,先把前两个数相加,再加上第三个数,或先把后两个数相加,再和第一个数相加,它们的和不变	$(a+b)+c=a+(b+c)$
乘法交换律	两个数相乘,交换乘数的位置,它们的积不变	$a \times b=b \times a$
乘法结合律	三个数相乘,先把前两个数相乘,再乘第三个数,或先把后两个数相乘,再和第一个数相乘,它们的积不变	$(a \times b) \times c=a \times (b \times c)$
乘法分配律	两个数的和与一个数相乘,可以先把两个加数分别与这个数相乘,再把两个积相加	$(a+b) \times c=a \times c+b \times c$
减法的运算性质	一个数减去两个数的和,等于一个数依次减去这两个数	$a-(b+c)=a-b-c$
除法的运算性质	一个数除以两个数的积,等于一个数依次除以这两个数	$a \div (b \times c)=a \div b \div c (b, c \text{ 均不为 } 0)$

除法的运算性质和乘法分配律的变式应用: $a \div b \div c=a \div (b \times c) (b, c \text{ 均不为 } 0)$, $(a \pm b) \div c=a \div c \pm b \div c (c \text{ 不为 } 0)$, $(a-b) \times c=a \times c-b \times c$ 。

知识点七 估算

估算时,通常是根据算式中各数的特点,将其中较大的数看作与它最接近的整十数、整百数、整千数……这样做是为了可以口算,因为估算得出的数是近似数,所以书写时用“ \approx ”连接。

估算能大致判断一个算式结果的范围,可以对计算结果进行检验。在解决实际问题时,估算可以快速、准确地解决一些不需要精确计算的问题。

知识点八 常见的量

量	常用单位	单位间的进率
质量	吨、千克、克	1 吨=1000 千克 1 千克=1000 克



续表

量	常用单位	单位间的进率
货币	元、角、分	1 元=10 角 1 角=10 分
时间	世纪、季度、年、月、日、时、分、秒	1 世纪=100 年 1 个季度=3 个月 1 年=4 个季度=12 个月 1 日=24 时 1 时=60 分 1 分=60 秒

知识点九 解决问题

1. 解决问题的一般步骤。

- (1) 阅读理解:读题,理解题意,找出已知信息和所求的问题;
- (2) 分析:分析数量关系,明确先算什么,再算什么,最后算什么;
- (3) 列式计算;
- (4) 检验后写出答语。

2. 解决简单的问题。

简单的问题是指用一步计算能解决的实际问题	
运用加法解决的实际问题	类型一:根据加法的意义,求两个数的和 类型二:求比一个数多几的数是多少
运用减法解决的实际问题	类型一:根据减法的意义,求剩余部分 类型二:求两数的相差数 类型三:求比一个数少几的数是多少
运用乘法解决的实际问题	类型一:求几个相同加数的和 类型二:求一个数的几倍(或几分之几)是多少
运用除法解决的实际问题	类型一:已知两个乘数的积和其中的一个乘数,求另一个乘数 类型二:把一个数平均分成若干份,求每份是多少 类型三:求一个数里面包含几个另一个数 类型四:求一个数是另一个数的几倍(或几分之几) 类型五:已知一个数的几倍(或几分之几)是多少,求这个数

3. 解决稍复杂的问题。

类别	方法与策略
行程问题	相遇问题:速度和 \times 行驶时间=总路程 速度和=总路程 \div 行驶时间 行驶时间=总路程 \div 速度和
	追及问题:路程差=速度差 \times 追及时间 追及时间=路程差 \div 速度差 速度差=路程差 \div 追及时间



续表

类别	方法与策略
分数(或百分数)问题	<p>类型一:求一个数的几分之几(或百分之几)是多少 解答方法:用单位“1”的量\times几分之几(或百分之几)=几分之几(或百分之几)对应的量</p> <p>类型二:求一个数比另一个数多(或少)几分之几(或百分之几) 解答方法:用多(或少)的量\div单位“1”的量</p> <p>类型三:已知一个数的几分之几(或百分之几)是多少,求这个数 解答方法:用具体的量\div它所对应的分率=单位“1”的量</p>
纳税、利率问题	<p>纳税问题:应纳税额=各项收入中应纳税部分\times税率</p> <p>利率问题:利息=本金\times利率\times存期</p>
折扣问题	<p>几折就是十分之几,也就是百分之几十,解答折扣问题时,一般把折扣问题转化为百分数问题来解答</p> <p>折扣=$\frac{\text{现价}}{\text{原价}}$ 现价=原价\times折扣 原价=现价\div折扣</p>
工程问题	<p>工作总量=工作效率\times工作时间 工作时间=工作总量\div工作效率 工作效率=工作总量\div工作时间</p>
归一、归总问题	<p>归一问题中,一般隐含有一个单一量不变,文字叙述中一般有“照这样计算”的描述,解答此类问题的关键是从已知的一种对应量中求出单一量(即归一),然后以它为标准求出所要求的量</p> <p>(1)正归一:总量\div数量\times新的数量=新的总量 (2)反归一:新的总量\div(总量\div数量)=新的数量</p> <p>归总问题中,一般隐含着总量不变,即乘积不变,其解题关键是先求出总量(即归总),再根据相关数量关系求出所求的量</p>
和差问题	<p>已知大小不等的两个数的和与差,求这两个数各是多少</p> <p>数量关系式: 大数=(和+差)\div2 小数=大数-差 或小数=(和-差)\div2 大数=和-小数</p>
和倍问题	<p>已知两个数的和以及它们之间的倍数关系,求这两个数各是多少</p> <p>两个数的和\div(倍数+1)=标准量 标准量\times倍数=另一个数</p>
差倍问题	<p>已知两个数的差以及它们之间的倍数关系,求这两个数各是多少</p> <p>两个数的差\div(倍数-1)=标准量 标准量\times倍数=另一个数</p>
“鸡兔同笼”问题	<p>模型:已知鸡兔的总头数、总腿数,求鸡和兔各有多少只</p> <p>一般先用假设法,假设全是鸡或全是兔,再根据出现的腿数差,推算出另一种动物的数量。还可以采取列表法、画图法、方程法</p> <p>假设全是鸡:兔的只数=(总腿数-2\times总头数)\div2 假设全是兔:鸡的只数=(4\times总头数-总腿数)\div2</p>



考点精讲

考点一 验算。

例 用竖式计算下面各题并验算。

$116+215=$

$175-48=$

$225 \times 4=$

$1000 \div 8=$

分析 根据四则运算的竖式计算方法进行计算,根据四则运算各部分之间的关系进行验算。

解答 $116+215=331$

$$\begin{array}{r} 116 \\ +215 \\ \hline 331 \end{array} \quad \text{验算: } \begin{array}{r} 215 \\ +116 \\ \hline 331 \end{array} \quad \text{或} \quad \begin{array}{r} 331 \\ -215 \\ \hline 116 \end{array}$$

$175-48=127$

$$\begin{array}{r} 175 \\ -48 \\ \hline 127 \end{array} \quad \text{验算: } \begin{array}{r} 127 \\ +48 \\ \hline 175 \end{array} \quad \text{或} \quad \begin{array}{r} 175 \\ -127 \\ \hline 48 \end{array}$$

$225 \times 4=900$

$$\begin{array}{r} 225 \\ \times 4 \\ \hline 900 \end{array} \quad \text{验算: } \begin{array}{r} 225 \\ 4 \overline{) 900} \\ \underline{8} \\ 10 \\ \underline{8} \\ 20 \\ \underline{20} \\ 0 \end{array}$$

$1000 \div 8=125$

$$\begin{array}{r} 125 \\ 8 \overline{) 1000} \\ \underline{8} \\ 20 \\ \underline{16} \\ 40 \\ \underline{40} \\ 0 \end{array} \quad \text{验算: } \begin{array}{r} 125 \\ \times 8 \\ \hline 1000 \end{array}$$

方法宝盒

计算完成后,注意验算及验算的方法。

考点二 混合运算。

例 计算下面各题。

$\frac{3}{4} \times \frac{1}{9} + \frac{1}{6} \div 6$

$\frac{13}{14} \div \frac{15}{28} \times \left(\frac{1}{8} + \frac{1}{2} \right)$

分析 第一个算式包含两级运算,按照先乘除后加减的顺序计算;第二个算式是含小括号的混合运算,应先算小括号里面的,再算小括号外面的。

解答 $\frac{3}{4} \times \frac{1}{9} + \frac{1}{6} \div 6$

$$= \frac{1}{12} + \frac{1}{36}$$

$$= \frac{1}{9}$$

$\frac{13}{14} \div \frac{15}{28} \times \left(\frac{1}{8} + \frac{1}{2} \right)$

$$= \frac{13}{14} \times \frac{28}{15} \times \frac{5}{8}$$

$$= \frac{13}{12}$$

方法宝盒

计算没有括号的算式时,先算乘除法,后算加减法。计算含小括号的算式,先算小括号里面的,再算小括号外面的。

考点三 运用“变号”“拆数”“凑整”等方法进行简算。

例 计算下面各题,能简算的要简算。

$6.2 \times \frac{1}{4} + 5.8 \div 4$

$3 \times \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$

27×98

分析 运用运算定律进行简算时,可以运用“变号”“拆数”“凑整”等方法。如 $6.2 \times \frac{1}{4} + 5.8 \div 4$ 可以变成 $6.2 \times \frac{1}{4} + 5.8 \times \frac{1}{4}$; $3 \times \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$ 可以凑整变成 $(3+1) \times \frac{1}{4}$; 算式 27×98 可以运用拆数法变成 $27 \times (100-2)$ 。

方法宝盒

运用乘法分配律进行简算时,可以使用“拆数”“凑整”“变号”等方法。



解答 ▶ $6.2 \times \frac{1}{4} + 5.8 \div 4$

$$= 6.2 \times \frac{1}{4} + 5.8 \times \frac{1}{4}$$

$$= (6.2 + 5.8) \times \frac{1}{4}$$

$$= 12 \times \frac{1}{4}$$

$$= 3$$

$$3 \times \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$$

$$= 3 \times \frac{1}{4} + \frac{1}{4} \times 1$$

$$= (3 + 1) \times \frac{1}{4}$$

$$= 1$$

$$27 \times 98$$

$$= 27 \times (100 - 2)$$

$$= 27 \times 100 - 27 \times 2$$

$$= 2700 - 54$$

$$= 2646$$

考点四 运用“进一法”或“去尾法”解决问题。

例 解决问题。

(1) 有 25 块蛋糕, 每人吃 3 块, 最多给几人吃?

(2) 爸爸给王鹏买了 33 个羽毛球, 1 盒装 6 个, 至少要多少个盒子才能装完?

分析 ▶ (1) 根据总数量 ÷ 一份的数量 = 份数, 列式为 $25 \div 3 = 8(\text{人}) \cdots \cdots 1(\text{块})$, 因为剩下的 1 块不够 1 人吃, 所以采用“去尾法”, 最后得出最多给 8 人吃。

(2) 根据总数量 ÷ 一份的数量 = 份数, 列式为 $33 \div 6 = 5(\text{个}) \cdots \cdots 3(\text{个})$, 因为剩下的 3 个也需要一个盒子来装, 所以至少需要 $5 + 1 = 6$ (个) 盒子。

方法宝盒

根据实际情况采用“进一法”或“去尾法”解决问题。

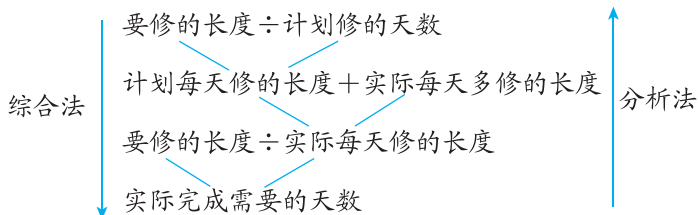
解答 ▶ (1) $25 \div 3 = 8(\text{人}) \cdots \cdots 1(\text{块})$ 答: 最多给 8 人吃。

(2) $33 \div 6 = 5(\text{个}) \cdots \cdots 3(\text{个})$ $5 + 1 = 6(\text{个})$ 答: 至少要 6 个盒子才能装完。

考点五 用“综合法”“分析法”解决问题。

例 一个修路队计划 5 天修路 600m, 实际每天比计划多修 30m, 实际几天修完?

思路分析 ▶



方法宝盒

分析问题, 从已知信息推导出所求问题的方法是综合法, 从所求问题推导出已知信息的方法是分析法, 有时这两种方法需要交替使用。

解答 ▶ 计划每天修的长度: $600 \div 5 = 120(\text{m})$ 实际每天修的长度: $120 + 30 = 150(\text{m})$

实际用的天数: $600 \div 150 = 4(\text{天})$ 答: 实际 4 天修完。

考点六 稍复杂的“工程问题”。

例 甲、乙两个工程队合修一段路, 甲队单独修 12 天可以修完。乙队先单独修 8 天, 完成了全部工程的 $\frac{1}{3}$, 余下的两队合修, 还要几天可以修完?

分析 ▶ 把路的总长看作单位“1”, 则甲队的工作效率为 $\frac{1}{12}$, 乙队的工作效率为 $\frac{1}{3} \div 8 = \frac{1}{24}$, 甲、乙两队合修的工作总量为 $1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$, 求合修时间, 就用这两队的工作总量除以他们的工作效率和。

方法宝盒

工作时间 = 工作总量 ÷ 工作效率



解答 $\left(1 - \frac{1}{3}\right) \div \left(\frac{1}{12} + \frac{1}{3} \div 8\right) = \frac{16}{3}$ (天) 答: 还要 $\frac{16}{3}$ 天可以修完。

考点七 百分数问题。

例 某学校数学实践小组的同学们从食品安全监督部门获取如下信息:

信息一: 快餐总质量为 1000g。 信息二: 快餐由蛋白质、脂肪、矿物质和碳水化合物组成。

信息三: 脂肪所占的百分比是 8%, 蛋白质和矿物质质量相等。

信息四: 碳水化合物占快餐总质量的 50%。

请你根据以上信息, 求出这份快餐所含蛋白质的质量。

分析 先找出单位“1”的量, 即快餐总质量, 再求出蛋白质所占的百分比, $(1 - 8\% - 50\%) \div 2 = 21\%$, 最后根据部分量 = 单位“1”的量 \times 部分量对应的百分率求出部分量即可。

解答 $(1 - 8\% - 50\%) \div 2 = 21\%$ $1000 \times 21\% = 210$ (g)

答: 这份快餐所含蛋白质的质量是 210g。

方法宝盒

解答百分数相关实际问题的关键是先找到百分数对应的单位“1”的量, 再判断单位“1”的量是已知还是未知, 最后解答即可。

第 3 节 式与方程

知识回顾

知识点一 用字母表示数、数量关系、运算定律、计算公式

1. 用字母或含有字母的式子可以表示数(包括整数、小数、分数以及百分数), 也可以表示数量关系、运算定律和计算公式等。

用字母表示数	如: 某班有男生 a 人, 女生 b 人, 共有 $(a+b)$ 人
用字母表示数量关系	如: 用 s 表示路程, v 表示速度, t 表示时间, $s=vt$
用字母表示运算定律	加法交换律: $a+b=b+a$ 加法结合律: $(a+b)+c=a+(b+c)$ 乘法交换律: $ab=ba$ 乘法结合律: $(ab)c=a(bc)$ 乘法分配律: $(a+b)c=ac+bc$
用字母表示计算公式	如长方形的周长和面积公式: $C=2(a+b)$ $S=ab$ 正方形的周长和面积公式: $C=4a$ $S=a^2$
用字母表示其他	如: 同分母分数加法的计算方法, $\frac{b}{a} + \frac{c}{a} = \frac{b+c}{a}$ ($a \neq 0$) 注意: 用字母表示计算结果时, 必须用最简明的式子

2. 注意事项。

(1) 在含有字母的式子里, 字母与字母、字母与数字之间的乘号可以记作“ \cdot ”或省略不写, 在省略乘号的时候, 要把数字写在字母的前面。

(2) 用字母表示除法、分数和比时, 表示除数、分母及比的后项的字母不能为 0。

(3) 1 与任何字母相乘, 1 都可以省略不写。两个相同的字母相乘时, 用这个字母的平方表示, 如: $a \times a = a \cdot a = a^2$ 。

**知识点二 等式与方程**

1. 等式与方程的关系。

	方程	等式
意义	含有未知数的等式叫做方程	表示相等关系的式子叫做等式
联系	所有的方程都是等式,但不是所有的等式都是方程	

2. 等式的性质。

等式的性质	等式的两边同时加上或减去一个相同的数,左右两边仍然相等
	等式的两边同时乘或除以同一个不是 0 的数,左右两边仍然相等

知识点三 方程的解和解方程

1. 方程的解和解方程的意义。

方程的解:使方程左右两边相等的未知数的值叫做方程的解。

解方程:求方程的解的过程叫做解方程。

2. 几类常见类型方程的解法。

类型	解法
形如 $x \pm a = b$ 的方程	$\begin{array}{ll} x + a = b & x - a = b \\ \text{解: } x + a - a = b - a & \text{解: } x - a + a = b + a \\ x = b - a & x = b + a \end{array}$
形如 $a - x = b$ 的方程	$\begin{array}{l} a - x = b \\ \text{解: } a - x + x = b + x \\ a = b + x \\ a - b = b - b + x \\ x = a - b \end{array}$
形如 $ax = b$ 的方程	$\begin{array}{l} ax = b \\ \text{解: } ax \div a = b \div a \\ x = \frac{b}{a} \end{array}$
形如 $a \div x = b$ 的方程	$\begin{array}{l} a \div x = b \\ \text{解: } a \div x \times x = b \times x \\ a = b \times x \\ a \div b = b \div b \times x \\ x = \frac{a}{b} \end{array}$
形如 $x \div a = b$ 的方程	$\begin{array}{l} x \div a = b \\ \text{解: } x \div a \times a = b \times a \\ x = ab \end{array}$



续表

类型	解法
形如 $ax \pm b = c (a \neq 0)$ 的方程	$ax - b = c (a \neq 0)$ 解: $ax - b + b = c + b$ $ax = c + b$ $ax \div a = (c + b) \div a$ $x = \frac{c + b}{a}$
形如 $a(x \pm b) = c (a \neq 0)$ 的方程	$ax + b = c (a \neq 0)$ 解: $ax + b - b = c - b$ $ax = c - b$ $ax \div a = (c - b) \div a$ $x = \frac{c - b}{a}$
	$a(x + b) = c (a \neq 0)$ 解: $a(x + b) \div a = c \div a$ $x + b = c \div a$ $x + b - b = \frac{c}{a} - b$ $x = \frac{c}{a} - b$
	$a(x - b) = c (a \neq 0)$ 解: $a(x - b) \div a = c \div a$ $x - b = c \div a$ $x - b + b = \frac{c}{a} + b$ $x = \frac{c}{a} + b$

3. 检验。

如 $80 - x = 60$ 解: $80 - x + x = 60 + x$

$$80 = 60 + x$$

$$80 - 60 = 60 + x - 60$$

$$x = 20$$

检验: 把 $x = 20$ 代入原方程。方程左边 $= 80 - x$

$$= 80 - 20$$

$$= 60$$

= 方程右边

所以 $x = 20$ 是方程的解。

知识点四 列方程解决问题的一般步骤

1. 解题步骤。

(1) 读懂题意, 弄清数量关系, 找出未知量并用 x 表示 (也可以间接设未知数, 通过这个量去求未知量);

(2) 找出题中数量间的等量关系, 并根据等量关系列出方程。

(3) 解方程, 求出未知数的值。

(4) 检验并写出答语。

2. 找等量关系的方法。

如何找等量关系	(1) 根据表示数量间相等关系的语句找到等量关系 (2) 利用常见的四则运算的意义找到等量关系 (3) 利用常见的数量关系找到等量关系 (4) 借助线段图找到等量关系
---------	--

考点精讲

考点一 用字母表示数或数量关系。

例 一批货物, 运走了 at , 运走的比剩下的多 bt , 则剩下 () t , 这批货物原有 () t 。

分析 运走 at , 比剩下的多 bt , 则剩下的是 $(a - b)t$, 这样一共有 $a +$

方法宝盒

用字母表示数量关系时, 最后的结果必须是最简明的式子。



$$(a-b)=(2a-b)t。$$

解答 ▶ $a-b$ $2a-b$

考点二 特殊的方程。

例 规定“ \ast ”为一种运算,对于任意两数 a 和 b , $a\ast b=a+2b$,若 $6\ast x=22$,则 x 等于多少?

分析 ▶ 因为 $a\ast b=a+2b$,所以 $6\ast x=6+2x=22$,据此解方程即可。

解答 ▶ $6\ast x=22$

$$6+2x=22$$

$$2x=16$$

$$x=8$$

考点三 用方程法解题的方法步骤。

例 牛奶的单价是多少元?



?元



5.8元

一桶方便面的
价格比一盒牛奶价
格的2倍少0.2元。



分析 ▶ 根据“一桶方便面的价格比一盒牛奶价格的2倍少0.2元”得到:牛奶的单价 $\times 2 - 0.2 =$ 方便面的单价,设牛奶的单价是 x 元,根据等量关系列出方程 $2x - 0.2 = 5.8$,解方程即可。

解答 ▶ 解:设牛奶的单价是 x 元。

$$2x - 0.2 = 5.8$$

$$x = 3$$

答:牛奶的单价是3元。

考点四 用方程法解答总量不变问题。

例 两个粮库共存粮 420t,从甲粮库取出 $\frac{2}{9}$ 的粮食到乙粮库,两个粮库的存粮就一样多了,原来甲粮库存粮多少吨?(先把线段图补充完整,再解答)



分析 ▶ 先找到 $\frac{2}{9}$ 对应的单位“1”是甲粮库的存粮,设有 x t,则乙粮库存粮 $(420-x)$ t,这样根据“从甲粮库取出 $\frac{2}{9}$ 的粮食到乙粮库,两个粮库的存粮就一样多了”得到方程 $x - \frac{2}{9}x = 420 - x + \frac{2}{9}x$,解方程即可。



方法宝盒

解答带特殊符号的方程问题时,先按照给出的运算规则写出方程,再解方程。

方法宝盒

用方程解决问题的关键是找到题中隐含的等量关系,据此列出方程并解答即可。

方法宝盒

用方程法解答“总量不变”类问题的关键是找到单位“1”的量,也就是标准量。一般是设这个“标准量”为 x ,另一个量用含有 x 的式子来表示,然后根据题中隐含的等量关系列方程并解答即可。



解:设甲粮库原来存粮 x t,则乙粮库原来存粮 $(420-x)$ t。

$$x - \frac{2}{9}x = 420 - x + \frac{2}{9}x$$

$$x = 270$$

答:原来甲粮库存粮 270t。

第4节 比和比例

知识回顾

知识点一 比和比例的联系与区别

	比	比例
意义	表示两个数相除	表示两个比相等的式子
各部分的名称	$\begin{array}{cccc} 3 & : & 2 & = & 1.5 \\ : & : & : & : & \\ \text{前} & \text{比} & \text{后} & & \text{比} \\ \text{项} & \text{号} & \text{项} & & \text{值} \end{array}$	$\begin{array}{ccccccc} 4 & : & 8 & = & 12 & : & 24 \\ & & \text{内项} & & \text{内项} & & \\ & & \text{外项} & & \text{外项} & & \end{array}$
基本性质	比的前项和后项同时乘或除以相同的数(0除外),比值不变	在比例里,两个外项的积等于两个内项的积
用途	化简比的依据	解比例的依据

知识点二 比、分数和除法的关系

1. 比、分数和除法的联系和区别。

	联系				区别
比	前项	比号	后项	比值	表示数量间的一种关系
分数	分子	分数线	分母	分数值	是一个数
除法	被除数	除号	除数	商	是一种运算

2. 比的基本性质、分数的基本性质、商不变的规律之间的关系。

$$4:5 = (4 \times 2):(5 \times 2) = (4 \div 2):(5 \div 2)$$

$$\frac{4}{5} = \frac{4 \times 2}{5 \times 2} = \frac{4 \div 2}{5 \div 2}$$

$$4 \div 5 = (4 \times 2) \div (5 \times 2) = (4 \div 2) \div (5 \div 2)$$

知识点三 化简比和求比值

	化简比	求比值
意义	把一个比化成最简单的整数比	比的前项除以后项所得的商
方法	前项和后项同时乘或除以同一个数(0除外),也可以用前项除以后项得到一个最简整数比	前项除以后项
结果	一个比	一个数(整数、小数或分数)

**知识点四** 正、反比例的意义、表达式、判断方法

	正比例	反比例
意义	两种相关联的量,一种量变化,另一种量也随着变化,如果这两种量中相对应的两个数的比值(商)一定,这两种量就叫做成正比例的量,它们的关系叫做成正比例关系	两种相关联的量,一种量变化,另一种量也随着变化,如果这两种量中相对应的两个数的积一定,这两种量就叫做成反比例的量,它们的关系叫做成反比例关系
表达式	$\frac{y}{x}=k(\text{一定})$	$xy=k(\text{一定})$
判断方法	一找,二看,三判断 一找变量,分析数量关系,确定哪两种量是相关联的量 二看定量,分析这两种相关联的量,看它们之间的关系是比值一定还是乘积一定 三判断,如果比值一定,则成正比例关系;如果乘积一定,则成反比例关系;如果比值和乘积都不是定量,则不成比例关系	

知识点五 比例尺

1. 比例尺的意义。

一幅图的图上距离和实际距离的比,叫做这幅图的比例尺。

2. 比例尺的关系式。

$$\text{比例尺} = \frac{\text{图上距离}}{\text{实际距离}}$$

$$\text{实际距离} = \text{图上距离} \div \text{比例尺}$$

$$\text{图上距离} = \text{实际距离} \times \text{比例尺}$$

3. 比例尺的分类。

(1)按表现形式分。

比例尺的两种表示方法	说明与举例
数值比例尺	用数字比例式或分数式表示比例尺的大小。如图上的 1cm 代表实际的 500km,可以写成 $1:50000000$ 或写成 $\frac{1}{50000000}$
线段比例尺	在地图上画一条线段并注明图上 1cm 表示的实际距离。如下面的比例尺图上 1cm 表示实际的 1km <div style="text-align: center;"> $0 \quad 1 \quad 2 \quad 3\text{km}$ </div>

(2)按将实际距离缩小还是放大分。

放大比例尺	放大比例尺后项是 1,常用于设计图纸,如 $100:1$ 等
缩小比例尺	缩小比例尺前项是 1,常用于绘制地图,如 $1:100$ 等

4. 比例尺的求法。

根据“比例尺 = $\frac{\text{图上距离}}{\text{实际距离}}$ ”来求,要注意单位统一。



5. 用比例尺知识解决实际问题的步骤。

已知比例尺和图上距离,求实际距离	可以根据“比例尺 $=\frac{\text{图上距离}}{\text{实际距离}}$ ”列方程解答,也可以根据“实际距离 $=\text{图上距离}\div\text{比例尺}$ ”解答
已知比例尺和实际距离,求图上距离	可以根据“比例尺 $=\frac{\text{图上距离}}{\text{实际距离}}$ ”列方程解答,也可以根据“图上距离 $=\text{实际距离}\times\text{比例尺}$ ”来解答
运用比例尺画图	先确定比例尺,再根据比例尺求出图上距离,接着画出图,最后标出所画图名称和比例尺

知识点六 用比和比例知识解决问题

1. 按比分配。

(1)意义:把一个量按一定的比分成几部分,求出各部分是多少。

(2)解题方法。

①一般方法:先求出各部分分别占总量的几分之几,再根据“求一个数的几分之几是多少”的解题方法转化为分数问题来解答。

②归一法:先根据比求出总份数,再用总数量除以总份数,求出一份是多少,然后用一份量乘各部分所占的份数求出各部分量。

③列方程法:一般设一份量是 x ,先根据份数比和给出的数量列出方程,求出其中的一份量是多少,再根据要求分别求出几份量。

2. 用正比例、反比例知识解答应用题的步骤。

解决问题的步骤	(1)分析数量关系,判断成什么比例 (2)如果比值一定,按正比例解答;如果乘积一定,按反比例解答 (3)设未知量为 x ,列出比例 (4)解比例,求出未知数 x (5)检验并写出答语
---------	---

考点精讲**考点一** 化简比、求比值。

例 先化简比,再求出比值。 $\frac{3}{8}:\frac{9}{16}$ $0.25:1$

分析▶ 将 $\frac{3}{8}:\frac{9}{16}$ 化成最简整数比,可以先根据比的基本性质将比的前项和后项都乘16,得到 $6:9$,再将比的前项和后项同时除以3,得到 $2:3$ 。同理, $0.25:1=(0.25\times 4):(1\times 4)=1:4$ 。求比值用比的前项除以后项,求出商即可。

解答▶ 化简: $\frac{3}{8}:\frac{9}{16}=6:9=2:3$ $0.25:1=(0.25\times 4):(1\times 4)=1:4$

求比值: $\frac{3}{8}:\frac{9}{16}=\frac{3}{8}\div\frac{9}{16}=\frac{2}{3}$ $0.25:1=0.25\div 1=0.25$

方法宝盒

化简比是根据比的基本性质把比化成最简整数比,求比值是求比的前项和后项的商。

**考点二** 求两种量的比。

例 一项工程,甲队单独做需要4天完成,乙队单独做需要5天完成,甲、乙两队的工作时间和工作效率的比分别是多少?

分析▶ 工作时间的比为4:5,求工作效率的比,把工作总量看作单位“1”,工作效率的比是 $\frac{1}{4} : \frac{1}{5} = 5:4$ 。

解答▶ 工作时间的比是4:5,工作效率的比是 $\frac{1}{4} : \frac{1}{5} = 5:4$ 。

考点三 解答百分数和比例综合问题。

例 小明看一本书,第一天看了全书的25%,第二天看的与第一天看的页数比是6:5,两天共看了88页,这本书一共有多少页?

分析▶ 根据两天看的总页数是88页,第二天与第一天看的页数比是6:5,可以求出第一天看的页数,列式为 $88 \times \frac{5}{(6+5)}$,然后结合第一天看了全书的25%,可以求出全书的总页数是 $88 \times \frac{5}{(6+5)} \div 25\% = 160$ (页)。

解答▶ $88 \times \frac{5}{(6+5)} \div 25\% = 160$ (页) 答:这本书一共有160页。

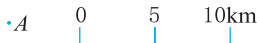
考点四 比例尺的应用。

例 高致病性禽流感是比非典病毒传染速度更快的传染病。为了防止禽流感蔓延,政府规定:离疫点3km的范围内为疫区(或捕杀区),所有的禽类全部捕杀深埋;离疫点3km至5km范围内为免疫区,所有的禽类强制免疫,同时对捕杀区和免疫区内的村庄实行道路全封闭管理。

请你以下面的A点为疫点,根据上面的叙述解决问题。

(1)用下面给出的线段比例尺,分别画出捕杀区和免疫区范围,用阴影表示免疫区。

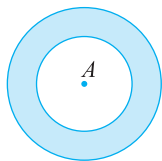
(2)求出免疫区的面积。



分析▶ (1)图中给出的比例尺是图上1cm表示实际的5km,可知3km画在图上用0.6cm表示,5km画在图上用1cm表示。画捕杀区和免疫区的范围,先以A点为圆心,分别以0.6cm和1cm为半径画出一个同心圆,再用阴影表示出免疫区的范围。

(2)求免疫区的面积就是求圆环的面积。

解答▶ (1) $3 \div 5 = 0.6$ (cm) $5 \div 5 = 1$ (cm) (2) $3.14 \times (5^2 - 3^2) = 50.24$ (km²)



免疫区 捕杀区 答:免疫区的面积是50.24km²。

**考点五** 用比例知识解决问题。

例 修路队修一条公路,原计划每天修1200m,50天可以修完。实际每天修2400m,实际需要多少天完成?

分析▶ 每天修的长度×修的天数=公路的长度(一定),每天

方法宝盒

工作总量一定,如果两队的工作时间的比是 $a:b$,则工作效率的比就是 $b:a$ 。

方法宝盒

单位“1”的量×部分量对应的分率=部分量, 部分量÷部分量对应的分率=单位“1”的量。

方法宝盒

$$S_{\text{圆环}} = \pi(R^2 - r^2)$$

方法宝盒

用比例知识解决实际问题时,先判断两种相关联的量成什么比例关系,再设未知数 x ,列出比例,最后解比例并写出答语即可。



修的长度和修的天数成反比例关系,设实际需要 x 天完成,得到方程 $2400x=1200 \times 50$,解之即可。

解答▶解:设实际需要 x 天完成。

$$2400x=1200 \times 50$$

$$x=25$$

答:实际需要 25 天完成。

数与代数专项演练

(时间:60 分钟 分数:_____)

一、填空题。(13 分)

- 截至 2019 年末,某市社会消费品零售总额为 110051000000 元,改写成用“亿”作单位的数是()亿;常住人口为 2172900 人,改写成用“万”作单位的数是()万,省略“万”位后面的尾数约是()万。
- 一本书有 a 页,小张每天看 8 页,看了 b 天,还剩()页。
- 一个数由 42 个万、7 个千、9 个百和 32 个千分之一组成,这个数是()。
- 小红和小明从同一个地方相背而行,如果小红向南走 20m,记作 +20m,那么小明向北走 33m,记作()m。
- 如果 $y=\frac{x}{4}$ (x, y 均不为 0),那么 x 和 y 成()比例关系;如果 $y=\frac{4}{x}$,那么 x 和 y 成()比例关系。
- 在一幅比例尺是 $\frac{1}{6000000}$ 的地图上,量得扬州至南京的距离大约是 2.5cm,那么扬州与南京大约相距()km;扬州到上海的实际距离大约是 240km,那么在这幅地图上扬州至上海的距离大约是()cm。
- 一种商品以盈利四成来定价,出售时按定价的八折出售,仍能盈利()%。
- 亮亮用小棒按照下图方式摆图形,摆一个正八边形需要 8 根小棒。



摆 10 个正八边形需要用()根小棒;
摆 n 个正八边形需要用()根小棒。

二、判断题。(10 分)

- 4.3 和 4.30 的计数单位相同。()
- 全班人数一定,出勤人数和缺勤人数成反比例。()
- 一个整数省略“万”位后面的尾数约是 20 万,这个数最大是 199999。()
- 如果 a, b 是两个不同的质数,那么 $\frac{b}{a}$ 一定是最简分数。()
- 单独做一项工程,甲用的时间比乙多 $\frac{1}{3}$,甲和乙的工作效率比是 3:4。()

三、选择题。(8 分)

- 如果 $\frac{7+x}{15}$ 是以 15 为分母的最简真分数,那么 x 可取的自然数有()个。
A. 5 B. 4 C. 3 D. 2
- 等腰三角形的一个底角是 n° ,它的顶角是()。
A. n° B. $90^\circ - n^\circ$
C. $180^\circ - 2n^\circ$ D. $(180^\circ - n^\circ) \div 2$
- 3.14×12.72 的积最接近()的积。
A. 3×13 B. 3×12
C. 3×14 D. 4×12
- 甲数的 $\frac{1}{5}$ 与乙数的 $\frac{1}{4}$ 相等,甲数的 25% 与丙数的 20% 相等(甲、乙、丙三个数均



不为0)。比较甲、乙、丙三个数的大小。

()

- A. 甲>乙>丙 B. 丙>乙>甲
C. 甲>丙>乙 D. 丙>甲>乙

四、计算题。(44分)

1. 直接写得数。(8分)

$$6 \div \frac{6}{7} = \quad \frac{3}{4} \times \frac{2}{3} = \quad \frac{5}{8} \times 16 =$$

$$2 \div \frac{5}{4} \times \frac{4}{5} = \quad 0.2^2 = \quad \frac{1}{2} + \frac{3}{8} =$$

$$\frac{9}{10} \div \frac{3}{5} = \quad 1 \div 3 \div 4 =$$

2. 求未知数 x 。(16分)

$$2.5x + 3.7 = 11.5 \quad x + 25\%x = 3.75$$

$$x : \frac{7}{8} = \frac{3}{5} : \frac{3}{4} \quad 3 : 0.6 = 10 : x$$

3. 计算下面各题,能简算的要简算。(20分)

$$16 + 4 \div \left(\frac{3}{8} - \frac{1}{4} \right)$$

$$1.7 + 3.98 + 2.3$$

$$1 \div \left[\frac{1}{6} \times \left(\frac{3}{4} - \frac{7}{12} \right) \right]$$

$$4.8 \times 3.9 + 6.1 \times 4.8$$

五、解决问题。(25分)

1. 某工程队要铺设一条公路,前20天已铺设了2.8km,照这样计算,剩下的4.2km还要多少天才能铺完?(用比例解)(8分)

2. 为了响应国家垃圾分类的号召,某小学通过自愿报名的方式成立了分类宣传志愿者团队,其中男生占 $\frac{1}{3}$,女生比男生多24人,这个志愿者团队共有多少人?(8分)

3. 超市的一种矿泉水进货3元5瓶,售货4元5瓶,要获利100元需要售出多少瓶矿泉水?(9分)



微信扫码, 立即获取

★数学知识专题讲解

★名师1对1在线辅导

更有学习资料可以领取



2 图形与几何

图形与几何

知识技能

1. 能对学习过的基本几何图形进行分类并掌握它们的特征，理解这些图形之间的联系和区别
2. 能准确、熟练地计算几种常见平面图形的周长、面积及立体图形的表面积、体积
3. 掌握轴对称、平移、旋转三种图形的变换方式以及图形的放大与缩小
4. 掌握几种常见的画图、测量技能并能结合图形的特征进行图案设计
5. 能用数对及方向和距离确定物体的位置，能准确辨认方向及运用比例尺解决问题

数学思考

1. 在整理和复习的过程中，进一步体验、感受转化、变换、分类等基本的数学思想方法
2. 在整理和复习图形与位置、图形与变换的过程中，进一步体会和感受对应、类比、数形结合等基本的数学思想方法

问题解决

1. 能综合运用所学知识解答与点、线、面、体有关的简单问题，巩固所学概念，发展归纳、推理等能力
2. 能解决求图上距离、实际距离等实际问题

情感态度

体会知识与生活的联系，总结学习中的收获与不足，增强自信心和克服困难的意志

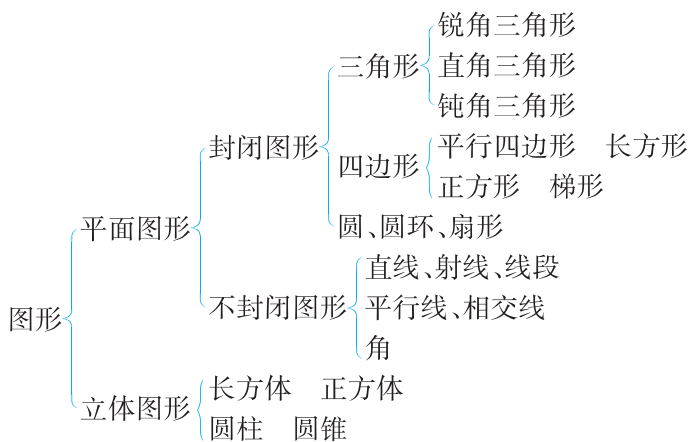




第1节 图形的认识与测量(平面图形)

知识回顾

知识点一 图形的分类

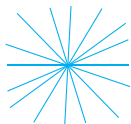


知识点二 线段、射线和直线

1. 线段、射线和直线。

	概念	图形	相同点	不同点		
				端点	长度	度量
线段	直线上两点间的一段叫做线段		都是直的	2 个端点	有限长	可以度量
射线	把线段的一端无限延伸就得到一条射线			1 个端点	无限长	不可以度量
直线	把线段的两端无限延伸就得到一条直线			没有端点	无限长	不可以度量

2. 点与直线。



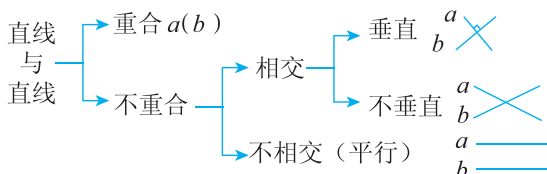
过一点可以画无数条直线



两点确定一条直线

知识点三 同一平面内两条直线的位置关系

1. 垂直和平行。



小提示

垂直是相交的特例。



平行及其特征 $\left\{ \begin{array}{l} \text{同一平面内,不相交的两条直线互相平行。} \\ \text{两条平行线之间的距离处处相等。} \end{array} \right.$

垂直及其垂足 $\left\{ \begin{array}{l} \text{如果两条直线相交成直角,就说这两条直线互相垂直,其中的一条直线叫做另} \\ \text{一条直线的垂线,它们的交点叫做垂足。} \end{array} \right.$

2. 点到直线的距离的意义和特征。

意义	从直线外一点到这条直线所画的垂直线段就是这个点到这条直线的距离
特征	垂线段最短

知识点四 角的意义、特征和分类。






1. 角的意义:从一点引出两条射线所组成的图形叫做角。

2. 角的特征。

(1)角的大小与边的长短无关,与两边张开的大小有关。

(2)用放大镜观察角,角的边变长了,但是角的大小没有变化。

3. 角的分类。

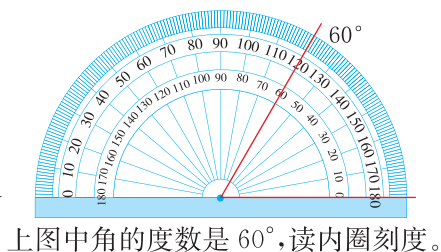
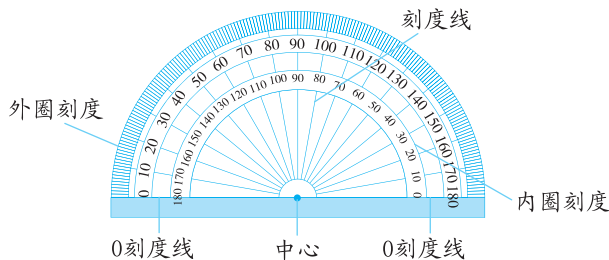
锐角	直角	钝角	平角	周角
				
小于 90°	等于 90°	大于 90° 小于 180°	等于 180°	等于 360°

(1)锐角 $<$ 直角 $<$ 钝角 $<$ 平角 $<$ 周角

(2)1 周角 $=$ 2 平角 $=$ 4 直角

4. 用量角器量角。

把量角器放在角的上面,使量角器的中心与角的顶点重合,0 刻度线与角的一条边重合,角的另一条边所指的量角器上的刻度就是这个角的度数。如下图:



上图中角的度数是 60° ,读内圈刻度。

角的度量单位是“度”,用符号“ $^\circ$ ”表示。

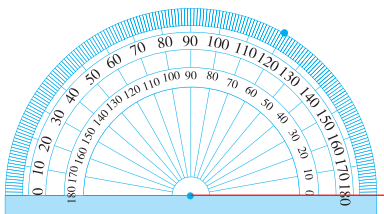
识记方法:点重合,线重合;看0线,分内外,读度数。

5. 用量角器画角。

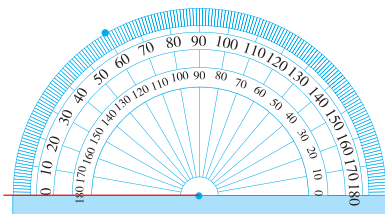
(1)先确定一个点,再引出一条射线。

或

(2)先使量角器的中心和射线的端点重合,0 刻度线和射线重合;再在要画角的度数的刻度线处点上一个点。



或





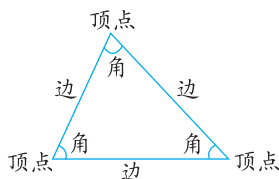
(3)以已画出的射线的端点为端点,通过刚画的点,再画一条射线,标上角的符号和度数。



这两条射线所成的夹角就是所要画的角的度数。

知识点五 三角形

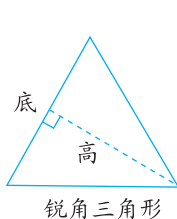
1. 三角形的意义:由三条线段首尾顺次连接围成的封闭平面图形就是三角形。
2. 三角形各个部分的名称。



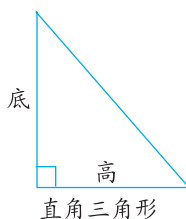
小提示

任意一个三角形都有三条边、三个内角和三个顶点。

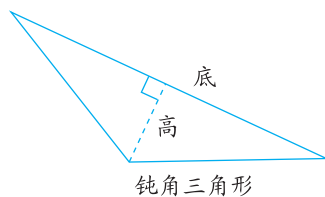
从三角形的一个顶点向它的对边画一条垂线,顶点和垂足之间的线段的长叫做三角形的高。



锐角三角形



直角三角形



钝角三角形

3. 三角形的分类。

(1)按角分:

名称	锐角三角形	直角三角形	钝角三角形
图形			
特征	三个角都是锐角	有一个角是直角	有一个角是钝角

(2)按边分:

名称	不等边三角形	等腰三角形	
图形			
特征	三条边都不相等	有两条边相等	三条边都相等

4. 三角形的特征:具有稳定性。
5. 三角形的内角和: 180° 。
6. 三角形三边的关系:任意两边之和大于第三边,任意两边之差小于第三边。










知识点六 四边形

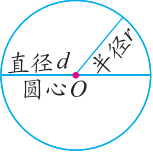
1. 四边形的意义。

在同一平面内,由四条线段首尾顺次相接围成的封闭图形叫做四边形。

2. 四边形的分类。

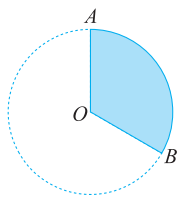
种类			形状	特征
一般四边形				由四条线段首尾顺次相接围成的封闭图形,有4条边、4个角
四 边 形	特殊 四 边 形	平行 四 边 形		两组对边分别平行且相等,两组对角分别相等
		长方形		四个角都是直角,两组对边分别相等
		正方形		正方形是特殊的长方形 四个角都是直角,四条边都相等
	梯 形	一般 梯 形		一组对边平行,另一组对边不平行
		等腰 梯 形		两腰相等
		直角 梯 形		有一个角是直角的梯形

知识点七 圆与扇形

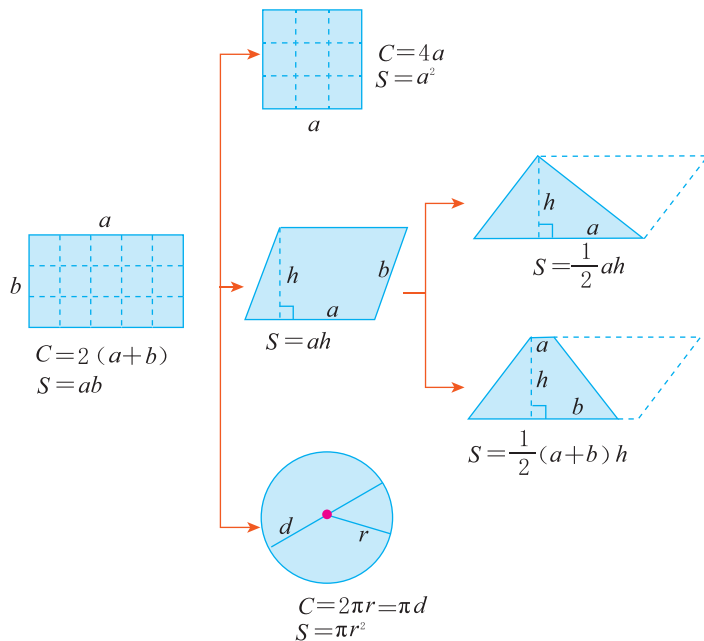
圆的意义	圆是一种封闭的曲线图形
圆的各个部分的名称	<p>圆中心的一点叫做圆心,圆心一般用字母“O”表示 圆心到圆上任意一点的线段叫做圆的半径,一般用字母“r”表示 通过圆心并且两端都在圆上的线段叫做直径,一般用字母“d”表示</p> 
圆的画法	<p>(1)用手指画圆。以大拇指为圆心,以食指与大拇指之间的距离为半径,旋转一周所形成的图形就是圆 (2)用线绳、图钉和笔画圆。用图钉固定线绳的一端作圆心,将笔系在线绳的另一端,拉直绳子作半径,旋转线绳一周所形成的图形就是圆 (3)用物体的圆形面画圆。按住物体的圆形面,用笔在物体的圆形面的圆周上画一圈所形成的图形就是一个圆 (4)用圆规画圆。把圆规的两脚分开,定好两脚间的距离(即半径);把有针尖的一只脚固定在一(即圆心)上;把装有铅笔的一只脚旋转一周所形成的图形就是圆</p>



圆的特征	在同圆或等圆中, $d=2r, r=\frac{1}{2}d$
圆周率	圆的周长与直径的比值叫做圆周率,用字母“ π ”表示,它是一个无限不循环小数。计算时,一般保留两位小数取 3.14
圆环	两个半径不相等的同心圆之间的部分叫做圆环
扇形	<p>(1)一条弧和经过这条弧两端的两条半径所围成的图形叫做扇形</p> <p>(2)圆心角:顶点在圆心,并且两边是圆的半径的角。圆心角的度数等于它所对的弧的度数</p> <p>(3)弧:圆上任意两点(如 A、B)之间的部分叫做弧 读作:弧 AB 记作:\widehat{AB}</p>

**知识点八 周长和面积****1. 周长和面积的概念和常用的单位。**

	概念	常用的单位
周长	封闭图形一周的长度叫做这个图形的周长	厘米、分米、米、千米等
面积	物体的表面或围成的平面图形的大小叫做它的面积	平方厘米、平方分米、平方米、平方千米等

2. 常见的平面图形的周长和面积计算公式。



3. 常见的平面图形的面积计算公式的推导。

图形	面积公式的推导过程	图例
长方形	数方格的方法计数	
正方形	把正方形看成长和宽相等的长方形	
平行四边形	把平行四边形通过割补、平移转化成长方形	
三角形	把两个完全相同的三角形通过旋转、平移拼成一个和它等底等高的平行四边形, 三角形的面积是与它等底等高的平行四边形面积的一半	
梯形	把两个完全相同的梯形通过平移、旋转拼成一个平行四边形, 这个平行四边形的底是原来梯形的上下底之和, 高是梯形的高, 所以梯形的面积是拼成的平行四边形面积的一半	
圆	把一个圆平均分成若干份(偶数份)后, 拼成一个近似的长方形, 长方形的长相当于圆的周长的一半, 宽相当于圆的半径	

知识点九 常见的计量单位及其进率

1. 计量单位及进率。

量	常用单位	单位间的进率
长度	千米、米、分米、厘米、毫米	1 千米 = 1000 米 1 米 = 10 分米 1 分米 = 10 厘米 1 厘米 = 10 毫米
面积	平方千米、公顷、平方米、平方分米、平方厘米	1 平方千米 = 100 公顷 1 公顷 = 10000 平方米 1 平方米 = 100 平方分米 1 平方分米 = 100 平方厘米
体积	立方米、立方分米、立方厘米	1 立方米 = 1000 立方分米 1 立方分米 = 1000 立方厘米
容积	升、毫升	1 升 = 1000 毫升



2. 单位换算。

把高级单位换算成低级单位,要乘这两个单位之间的进率;把低级单位换算成高级单位,要除以这两个单位之间的进率。关系式如下:

$$\text{高级单位} \xrightarrow[\div \text{进率}]{\times \text{进率}} \text{低级单位}$$

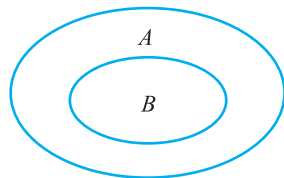
考点精讲

考点一 图形的分类。

例 小学阶段我们学到了很多数学知识,知识之间有着密切的联系。如右图,若 A 表示长方体,则 B 表示正方体;若 A 表示等腰三角形,则 B 表示();若 B 表示方程,则 A 表示()。

分析 从集合图中可以读出, A 包含 B , 或说 B 包含于 A 中, 给出的提示是 A 表示长方体, 则 B 表示正方体, 所以若 A 表示等腰三角形, 则 B 表示等边三角形, 若 B 表示方程, 则 A 表示等式。

解答 等边三角形 等式



方法宝盒

解答此类集合图问题时, 先要明白给出的 A (或 B) 的概念相关联的最近的概念有哪些, 再根据概念之间的包含 (或被包含) 关系进行解答。

考点二 过点画直线。

例 画一画, 填一填。

(1) 经过 1 个点可以画出()条直线, 经过 2 个点只能画出()条直线, 经过不在同一条直线上的 3 个点中的每 2 个点, 最多可以画出()条直线。

(2) 右图中有 4 个点, 经过每 2 个点画一条直线, 最多可以画()条直线。

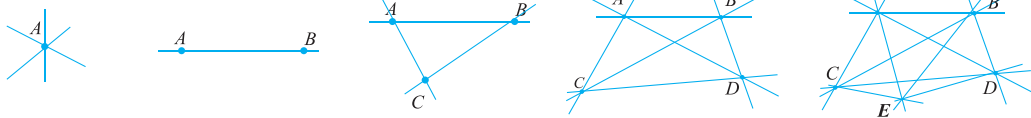
(3) 按此规律, 如果有 5 个点, 最多可以画出()条直线; 如果有 n 个点, 最多可以画出()条直线。

分析 为了不遗漏、不重复地画出所有符合要求的直线, 我们一定要按顺序画直线。如下图, 经过 1 个点可以画出无数条直线, 经过 2 个点只能画出一条直线, 经过不在同一条直线上的 3 个点中的每 2 个点, 最多可以画出 3 条直线。经过不在同一条直线上的 4 个点中的每 2 个点, 最多可以画出 $3+2+1=6$ (条) 直线, 经过不在同一条直线上的 5 个点中的每 2 个点, 最多可以画出 $4+3+2+1=10$ (条) 直线, 据此类推, 经过不在同一条直线上的 n 个点中的每 2 个点, 最多可以画出 $\frac{1}{2}n(n-1)$ 条直线。



方法宝盒

找规律时, 一定要结合图形。

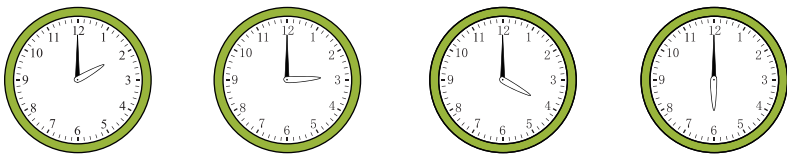


解答 (1) 无数 1 3 (2) 6 (3) 10 $\frac{1}{2}n(n-1)$



考点三 角的分类。

●例 指出下面钟面上的时针和分针组成的分别是什么角。



分析▶ 先算出每幅图中时针与分针所成的夹角的度数,第一幅图,时针和分针组成的角是 60° ,第二幅图,时针和分针组成的角是 90° ,第三幅图,时针和分针组成的角是 120° ,第四幅图,时针和分针组成的角是 180° ;再根据角的大小范围确定角的类型。

解答▶ 锐角 直角 钝角 平角

考点四 三角形三边之间的关系。

●例 请你从下面4根小棒中选3根围成三角形,你选哪3根呢?为什么?



分析▶ 从4根中选择3根,计算看是否满足:任意两边之和大于第三边,满足条件则能围成三角形。经过计算选择10cm、5cm和6cm长的小棒($5+6>10$)及5cm、6cm和4cm长的小棒($4+5>6$)都可以围成三角形。

解答▶ 选10cm、5cm、6cm长的小棒可以围成一个三角形;选5cm、6cm、4cm长的小棒也能围成一个三角形。

考点五 运用转化法求组合图形的面积。

●例 如图,大正方形的边长是5cm,小正方形的边长是3cm,求阴影部分的面积。

分析▶ 阴影部分的面积=大正方形面积的一半+小正方形的面积-直角三角形BGF的面积

解答▶ $5 \times 5 \div 2 + 3 \times 3 - (5+3) \times 3 \div 2 = 9.5(\text{cm}^2)$

答:阴影部分的面积是 9.5cm^2 。

考点六 垂直。

●例 把一张长方形纸如右图折叠起来,则线段AB和AC是什么关系?

分析▶ 折叠前可以把A点看作平角的顶点,这样就有一个平角,折叠后,折痕AB和AC所形成的 $\angle BAC$ 正好是平角的一半,也就是 90° ,所以线段AB和AC互相垂直。

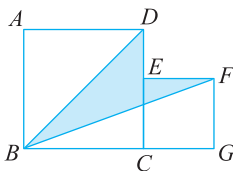
解答▶ 线段AB和AC互相垂直。

方法宝盒

等于 90° 的角是直角,小于 90° 的角是锐角,大于 90° 而小于 180° 的角是钝角,等于 180° 的角是平角。

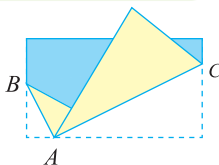
方法宝盒

判断三条边能围成三角形的依据:任意两边之和大于第三边。



方法宝盒

计算组合图形的面积时,先整体观察图形,再找到阴影部分与整个图形面积的和差关系,最后解答出来。



方法宝盒

判断两条线段是否垂直,主要看它们之间的夹角是否为直角。如果一个角的两条边能构成一个直角,则这两条边互相垂直。

**考点七** 运用逆向思维求图形的面积。

例 如图,一个三角形底长 6m,如果底延长 1m,面积就增加 2m^2 ,原来三角形的面积是多少平方米?

分析 先根据增加的面积是 2m^2 ,底是 1m,求出三角形的高,再根据“三角形的面积=底 \times 高 $\div 2$ ”计算出原来三角形的面积即可。

解答 $2 \times 2 \div 1 = 4(\text{m})$ $6 \times 4 \div 2 = 12(\text{m}^2)$

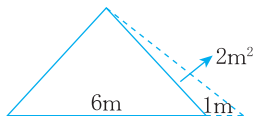
答:原来三角形的面积是 12m^2 。

考点八 图形数量的计数。

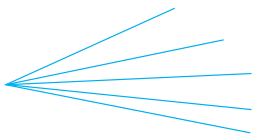
例 右图中有多少个角?

分析 由 1 个基本角组成的角有 4 个,由 2 个基本角组成的角有 3 个,由 3 个基本角组成的角有 2 个,由 4 个基本角组成的角有 1 个,所以一共有 $4+3+2+1=10$ (个)角。

解答 $4+3+2+1=10$ (个)

**方法宝盒**

三角形的高=三角形的面积 $\times 2 \div$ 底, 三角形的底=三角形的面积 $\times 2 \div$ 高。

**方法宝盒**

一个由 n 条射线组成的角的数量是 $1+2+3+\cdots+(n-1) = \frac{1}{2}n(n-1)$ 个。

第 2 节 图形的认识与测量(立体图形)

知识回顾

知识点一 长方体和正方体的特征


名称	图形	相同点			不同点		
		面	棱	顶点	面的特点	面的大小	棱长
长方体		6 个	12 条	8 个	6 个面一般都是长方形,也可能有 2 个相对的面是正方形	相对的面面积相等	每一组互相平行的四条棱的长度都相等
正方体					6 个面是完全相同的正方形	6 个面的面积都相等	12 条棱的长度都相等

知识点二 圆柱和圆锥的特征

名称	图形	特征	从不同方向看到的图形
圆柱		上、下底面是大小相同的两个圆,两个底面之间的距离叫做圆柱的高(h),侧面沿高展开是长方形(或正方形),有无数条高	从上面或下面看,会看到一个圆。从侧面看,会看到一个长方形(或正方形)

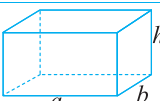
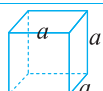
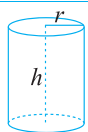
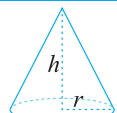


续表

名称	图形	特征	从不同方向看到的图形
圆锥		下底面是圆,侧面是曲面,顶点到底面圆心(O)的距离叫做圆锥的高(h)	(1)从上面看,看到的形状是⊙ (2)从下面看,会看到一个圆 (3)从侧面看,会看到一个三角形

知识点三 立体图形的表面积和体积

1. **表面积**: 一个立体图形所有面的面积总和,叫做它的表面积。
2. **体积**: 一个立体图形所占的空间的大小叫做它的体积。
3. **立体图形表面积和体积计算公式**。

立体图形	表面积计算公式	体积计算公式	
	$S=2(ah+bh+ab)$	$V=abh$	$V=Sh$
	$S=6a^2$	$V=a^3$	
	$S=2\pi r^2+2\pi rh$	$V=\pi r^2h$	
	—	$V=\frac{1}{3}Sh=\frac{1}{3}\pi r^2h$	

4. 体积与容积的异同。

		体积	容积
不同点	意义不同	物体所占空间的大小	一个容器所能容纳的物体的体积
	测量方法不同	从物体外部测量所需数据	从物体内部测量所需数据
	单位名称不完全相同	体积单位一般用立方米、立方分米、立方厘米;计量液体一般用升和毫升作单位	容积一般用体积单位作单位,计量盛放液体容器的容积时要用升和毫升作单位
相同点	计算公式相同	长方体(或正方体)的体积(或容积)=长×宽×高(或棱长×棱长×棱长)=底面积×高 圆柱的体积(或容积)=底面积×高 圆锥的体积(或容积)=底面积×高× $\frac{1}{3}$	

5. 求不规则物体的体积(或容积)的方法。

(1)排水法:求不规则物体的体积可以将不规则物体沉入(不能露出)有水的长方体容器中,量出长方体内部的长、宽、高,算出上升那部分水的体积,就可以求出不规则物体的体积,此种方法简称“排水法”。



在测量时需要量出水面上升前的高度和上升后的高度。利用“底面积 \times 两次水位的差”来计算。

(2)转化法:计算不规则物体的体积时,一般利用“转化法”把不规则物体转化为规则物体,然后求出规则物体的体积即可,此种方法简称“转化法”。

知识点四 观察物体

(1)从不同的方位观察物体,看到的图形可能是不同的。

(2)当我们从某一方位看到两个或三个面时,这些面都是相邻的面。

(3)不可能从某一方位同时看到物体相对的两个面。

(4)正确辨别方位的方法:正面、上面和侧面是相对于观察者而言的,由观察者所站的位置来确定。

考点精讲

考点一 正方体的棱长和、表面积和体积。

例 一个正方体的棱长和是 60cm,它的表面积和体积分别是多少?

分析

根据棱长和求出正方体的棱长

根据计算出的棱长求出表面积

根据计算出的棱长求出体积

解答 $60 \div 12 = 5(\text{cm})$ 表面积: $5 \times 5 \times 6 = 150(\text{cm}^2)$

体积: $5 \times 5 \times 5 = 125(\text{cm}^3)$

答:它的表面积是 150cm^2 , 体积是 125cm^3 。

方法宝盒

正方体的棱长和=棱长 \times 12; 正方体的表面积=棱长 \times 棱长 \times 6; 正方体的体积=棱长 \times 棱长 \times 棱长。

考点二 圆柱体切劈问题。

例 一根圆柱形木料,如果把它截成 3 段,表面积就增加 50.24dm^2 ,如果沿着直径把它劈成两个半圆柱,它的表面积就增加 80dm^2 。原来这根圆柱形木料的表面积是多少平方分米?

分析 截成 3 段,增加 4 个底面积,所以圆柱的底面积= $50.24 \div 4 = 12.56(\text{dm}^2)$,因为 $12.56 \div 3.14 = 4 = 2^2$,所以圆柱的底面半径是 2dm,进而求出圆柱的高是 $80 \div 2 \div (2 \times 2) = 10(\text{dm})$,所以圆柱的表面积是 $12.56 \times 2 + (3.14 \times 2 \times 2) \times 10 = 25.12 + 125.6 = 150.72(\text{dm}^2)$ 。

解答 圆柱的底面积: $50.24 \div 4 = 12.56(\text{dm}^2)$

圆柱的底面半径: $12.56 \div 3.14 = 4 = 2^2$,因此底面半径是 2dm。

圆柱的高: $80 \div 2 \div (2 \times 2) = 10(\text{dm})$

圆柱的表面积: $12.56 \times 2 + (3.14 \times 2 \times 2) \times 10 = 150.72(\text{dm}^2)$

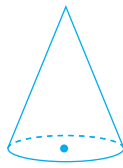
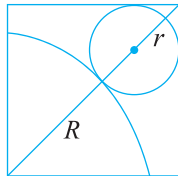
答:原来这根圆柱形木料的表面积是 150.72dm^2 。

考点三 圆锥的侧面展开图。

例 在正方形铁皮上剪下一个圆和一个扇形,恰好能围成一个圆锥(如右图),如果圆的半径为 r ,扇形的半径为 R ,那么 R 是 r 的()倍。

A. 6 B. 3 C. 4 D. 5

分析 从图中读出,圆锥底面周长是小圆的周长,用字母表示是 $2\pi r$,还可以看成以 R 为半径的圆周长的 $\frac{1}{4}$,用字母表示是 $\frac{1}{4} \times 2\pi R$,它们的长



方法宝盒

圆柱的底面积 $\div 3.14$ =圆柱的底面半径的平方。

方法宝盒

找到题中隐含的数量关系是关键。



度相等,所以 $\frac{1}{4} \times 2\pi R = 2\pi r$, 所以 $R = 4r$ 。

解答 ▶ C

考点四 用“进一法”或“去尾法”解决问题。

例 一种水稻碾米机的漏斗是由圆柱和圆锥两部分组成的。底面直径是 4dm, 圆柱的高是 3dm, 圆锥的高是 6dm。每立方分米稻谷重 0.65kg, 这个漏斗大约能装多少千克稻谷?(得数保留整数)

分析 ▶ 先求出漏斗的容积, 再求出可以装下的稻谷的质量即可。注意最后结果要用“去尾法”取近似值。

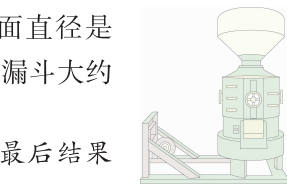
解答 ▶ $3.14 \times (4 \div 2)^2 \times 3 + 3.14 \times (4 \div 2)^2 \times 6 \times \frac{1}{3} = 62.8 (\text{dm}^3)$

$$62.8 \times 0.65 = 40.82 (\text{kg}) \approx 40 (\text{kg})$$

答: 这个漏斗大约能装 40kg 稻谷。

考点五 运用“等积变形”思想灵活解答体积问题。

例 把圆柱体、长方体和正方体玻璃容器连在一起, 容器下面用细管(不计管中水的体积)连接起来, 水可以流动, 并装有 A、B 两个阀门。已知圆柱体底面积为 25cm^2 , 水深 14cm, 长方体底面积为 15cm^2 , 水深 10cm, 正方体底面积为 10cm^2 , 无水。



方法宝盒

解决“容量问题”时, 最后计算的结果一般采用“去尾法”来取近似值。

(1) 如果打开 A 阀, 等水停止流动(两个容器中的水的高度相同时), 此时长方体玻璃容器内水深多少厘米?

(2) 接着打开 B 阀, 等水停止流动(三个容器中的水的高度相同时), 此时正方体玻璃容器内水深多少厘米?

分析 ▶ 打开 A 阀门后: 水的总体积 = 圆柱的底面积 \times 水的深度 + 长方体的底面积 \times 水的深度。

A、B 阀门同时打开: 水的总体积 = 圆柱的底面积 \times 水的深度 + 长方体的底面积 \times 水的深度 + 正方体的底面积 \times 水的深度。

解答 ▶ 水的总体积: $25 \times 14 + 15 \times 10 = 500 (\text{cm}^3)$

(1) 设打开 A 阀门, 等水停止流动, 此时长方体玻璃容器内水深 $x\text{cm}$ 。

$$25x + 15x = 500 \quad x = 12.5$$

答: 打开 A 阀门, 等水停止流动, 此时长方体玻璃容器内水深 12.5cm。

(2) 设 A、B 阀门同时打开, 等水停止流动, 此时正方体玻璃容器内水深 $y\text{cm}$ 。

$$25y + 15y + 10y = 500 \quad y = 10$$

答: 接着打开 B 阀, 等水停止流动, 此时正方体玻璃容器内水深 10cm。

方法宝盒

运用“等积变形”思想灵活解答体积问题的关键是理解无论形状如何改变, 体积不变。

考点六 最大容积问题。

例 一块长方形铁皮, 长 40cm, 宽 20cm。按照下面提供的三种裁剪方式焊接成一个高为 5cm 的无盖长方体容器, 哪种焊接方式容器的容积最大?

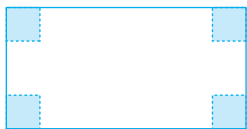


图1

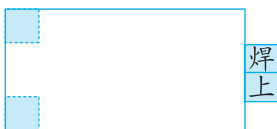


图2

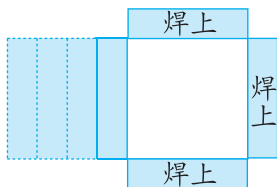


图3

分析 ▶ 图 1: 焊接成的长方体的长是 $(40 - 5 \times 2)\text{cm}$, 宽是 $(20 - 5 \times 2)\text{cm}$, 高是 5cm, 可计算出容



积是 $[(40-5\times 2)\times(20-5\times 2)\times 5]\text{cm}^3$ 。

图 2:焊接成的长方体的长是 $(40-5)\text{cm}$,宽是 $(5\times 2)\text{cm}$,高是 5cm ,可计算出容积是 $[(40-5)\times(5\times 2)\times 5]\text{cm}^3$ 。

图 3:焊接成的长方体的长是 $(40-5\times 4)\text{cm}$,宽是 20cm ,高是 5cm ,可计算出容积是 $[(40-5\times 4)\times 20\times 5]\text{cm}^3$ 。

计算出三个容器的容积后进行比较即可。

解答▶ 图 1: $(40-5\times 2)\times(20-5\times 2)\times 5=1500(\text{cm}^3)$


图 2: $(40-5)\times(5\times 2)\times 5=1750(\text{cm}^3)$

图 3: $(40-5\times 4)\times 20\times 5=2000(\text{cm}^3)$

$1500<1750<2000$

答:图 3 的焊接方式容器的容积最大。

考点七 观察物体。

例 一个立体图形,从上面看到的图形是,从正面看到的图形是。搭成这样的立体图形至少需要()个小正方体,最多需要()个小正方体。

分析▶ 根据题干分析可得,这个立体图形有 2 层,下层有 3 个小正方体,上层至少有 1 个小正方体且靠左边,因此至少需要 $1+3=4$ (个),最多有 2 个小正方体且靠左边,因此最多需要 $2+3=5$ (个)。

解答▶ 4 5

方法宝盒

求最大容积,高相等的情况下,长方体的底面积越大,容积就越大。

方法宝盒

解答给出从两个不同方向看到的图形,判断组成立体图形的小正方体数量问题时,一般先从上面看到的图形开始分析,再结合其他方向看到的图形来确定小正方体的数量。

第 3 节 图形的运动

知识回顾

知识点一 图形运动的方式和特征

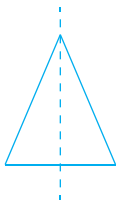
运动方式:轴对称、平移、旋转。

知识点二 轴对称图形和轴对称

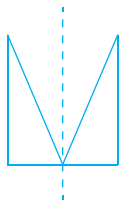
把一个图形对折,折痕两侧能完全重合的图形就是轴对称图形,这条折痕所在的直线就是它的对称轴。轴对称图形中,对称轴两侧的对称点到对称轴的距离相等,沿着对称轴对折,对应点、对应线段、对应角完全重合。

把一个图形沿着某一条直线翻折,如果它能与另一个图形完全重合,那么就说这两个图形关于这条直线对称,这条直线叫做对称轴。

轴对称图形与轴对称的区别如下图所示:



轴对称图形
(指一个图形)



轴对称
(指两个图形)



知识点三 平移和旋转

1. 平移和旋转的意义、要素和特征。

- 平移** { 意义: 物体或图形在同一平面内沿直线运动。
两个要素: 一是平移的方向, 二是平移的距离。
特征: 在平移的过程中, 物体的形状、大小都不发生变化, 只是位置发生变化。
- 旋转** { 意义: 物体或图形绕着一个点或一条轴运动叫做旋转。
三个要素: 一是旋转中心, 二是旋转方向(顺时针或逆时针方向), 三是旋转角度。
特征: 旋转不改变图形的形状和大小, 只是改变方向和位置。

2. 图形的旋转。

- (1) 弄清固定点就是旋转中心, 可以用字母 O 表示, 用数学语言描述就是绕点 O 旋转。
- (2) 弄清旋转方向(是顺时针还是逆时针)。
- (3) 弄清旋转角度(一般为 90° 或 180°)。

知识点四 图形的放大与缩小

意义	把一个图形的各边按一定的比进行放大或缩小, 从而得到放大或缩小后的图形
特征	形状相同, 大小不同
画放大或缩小后的图形的步骤	先按给定的比计算出放大或缩小后的图形每条边的长度, 再按新边长画出放大或缩小后的图形

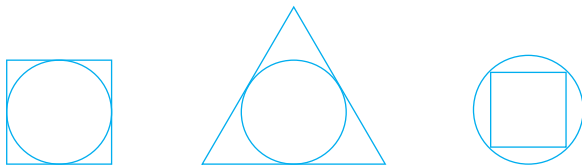
知识点五 利用图形的运动进行图案设计

经历运用平移、旋转和轴对称进行图案设计的过程, 会在方格纸上设计简单的图案。通过欣赏和设计美丽的图案, 感受图形世界的神奇。

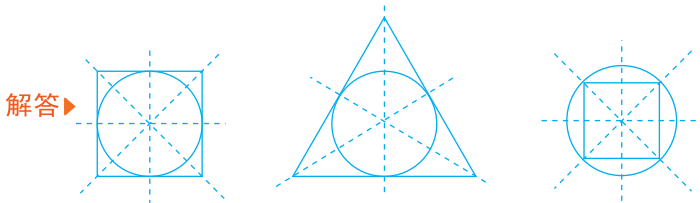
考点精讲

考点一 轴对称图形与对称轴。

例 画出下面图形的对称轴, 有几条画几条。



分析 根据轴对称图形的定义画出它们的对称轴即可。



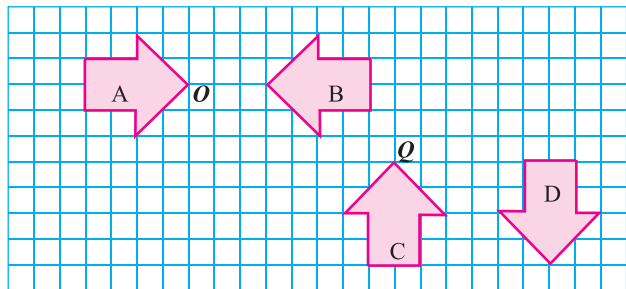
解答

方法宝盒

画对称轴时, 找到对折后能使两侧部分完全重合的折痕, 这条折痕所在的直线就是图形的对称轴。

考点二 综合运用图形变换知识解决问题。

例1 下图, 图形 A 如何变换能得到图形 B? 图形 C 如何变换能得到图形 D?



分析▶ 根据旋转和平移的知识解答即可。

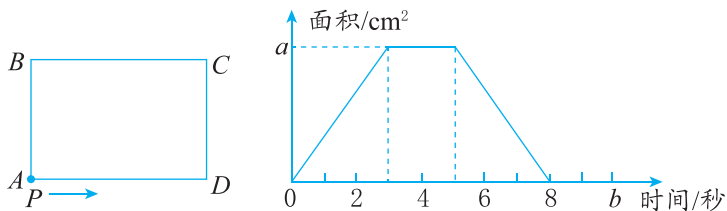
解答▶ 图形 A 绕点 O 顺时针或逆时针旋转 180° , 然后向右平移 3 格即可得到图形 B。

图形 C 绕点 Q 顺时针或逆时针旋转 180° , 先向下平移 4 格, 再向右平移 6 格, 或旋转后先向右平移 6 格, 再向下平移 4 格, 即可得到图形 D。

方法宝盒

平移与旋转不改变图形的大小和形状, 但旋转改变图形的方向, 所以图形的方向发生变化时一定经过了旋转。

例2 如下左图是一个长方形, 点 P 从点 A 出发, 以每秒 5cm 的速度, 沿着长方形的边逆时针前进一周, 把 A、P、B 三点连接起来, 所得到的三角形 APB 的面积与点 P 所走的时间关系画成图象如下右图所示, 这个长方形的面积是() cm^2 。



分析▶ 点 P 从点 A 出发, 三角形 APB 的面积逐渐变大, 当点 P 到达 D 点时, 面积最大, 用时 3 秒, 根据“路程 = 速度 \times 时间”, 可知 AD 长为 $5 \times 3 = 15(\text{cm})$, 当点 P 在 DC 上运动时, 面积不变, 点 P 从 D 点到 C 点共用时 2 秒, 所以 CD 长为 $5 \times (5 - 3) = 10(\text{cm})$, 接着点 P 离开 C 点后, 面积又逐渐变小, 直至运动到 B 点时面积减为 0。根据“长方形的面积 = 长 \times 宽”可算出长方形面积为 $15 \times 10 = 150(\text{cm}^2)$ 。

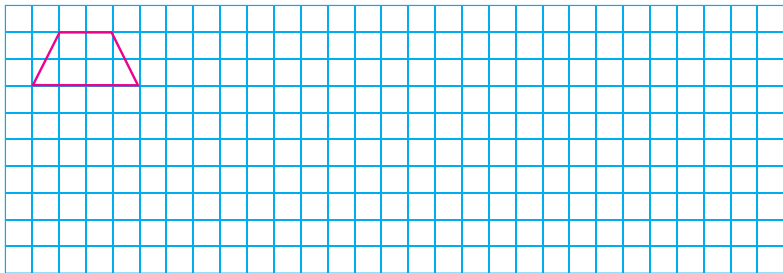
解答▶ 150

方法宝盒

先观察图象的变化情况找到规律, 再利用已知条件进行解答。

考点三 图形的放大与缩小。

例 先按 3 : 1 的比画出梯形放大后的图形, 再把放大后的图形按 1 : 2 的比缩小。



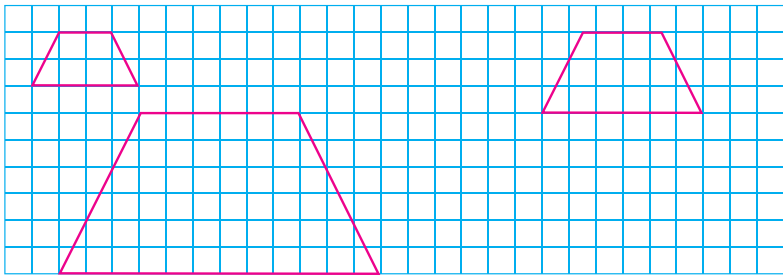
分析▶ 先数出原来梯形的上底是 2 格、下底是 4 格, 高是 2 格, 放大后的梯形的上底是 6 格、下底是 12 格, 高是 6 格, 缩小后的梯形的上底是 3 格、下底是 6 格, 高是 3 格。

方法宝盒

先根据给出的比求出放大和缩小后的图形的边长, 再画图形。



解答▶



第 4 节 图形与位置

知识回顾

知识点一 确认方向

在地图或平面图上,通常是上北下南,左西右东,除四个主方向外,还有东北、西北、西南和东南四个方向,如下图:



东北方向就是东偏北 45° (或北偏东 45°)
 西北方向就是西偏北 45° (或北偏西 45°)
 西南方向就是西偏南 45° (或南偏西 45°)
 东南方向就是东偏南 45° (或南偏东 45°)

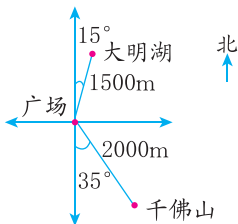
知识点二 确定物体的相对位置

1. 用数对表示物体的位置。

竖排叫做列,横排叫做行,确定第几列一般从左往右数,确定第几行一般从下往上数。

用数对确定物体的位置时,一般先表示第几列,再表示第几行。要用括号把列数和行数括起来,并在列数和行数之间用逗号隔开。

2. 根据物体所在的方向和距离可以确定物体的位置。



千佛山在广场南偏东 35° 方向 2000m 处。
 大明湖在广场北偏东 15° 方向 1500m 处。

3. 路线图。

(1) 看懂并会描述路线图。

描述路线图步骤	步骤一:根据方向标确定路线图的方向
	步骤二:根据比例尺和测得的图上距离算出实际距离
	步骤三:弄清楚从哪里出发,按什么方向走,走了多远,到了哪里



(2)画路线图。

画路线图的步骤	步骤一:确定方向,上北下南,左西右东
	步骤二:根据实际距离和图纸的大小选择合适的比例尺
	步骤三:求出图上距离
	步骤四:以某一点为起点,根据方向和图上距离确定下一地点的位置,再以下一地点为起点继续画

考点精讲

考点一 用数对确定位置。

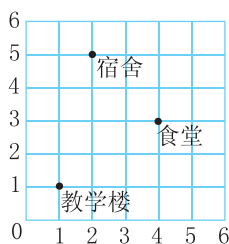
例 有一张方格纸,每个小方格的边长都是1cm,如果教学楼的位置用(1,1)表示,宿舍的位置用(2,5)表示,那么食堂的位置用(,)表示。

分析▶ 用数对表示位置,先写出物体在第几列,再写出在第几行,顺序不能颠倒,并在列数、行数之间用逗号把数隔开,食堂的位置用(4,3)表示。

解答▶ (4,3)

方法宝盒

用数对表示位置,先写出物体在第几列,再写出在第几行,并在列数、行数之间用逗号把数隔开。

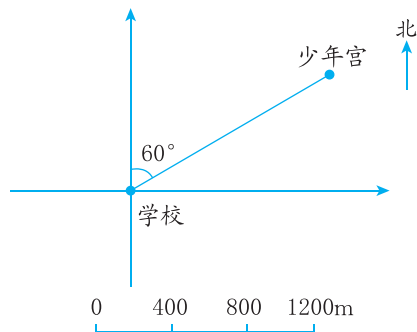
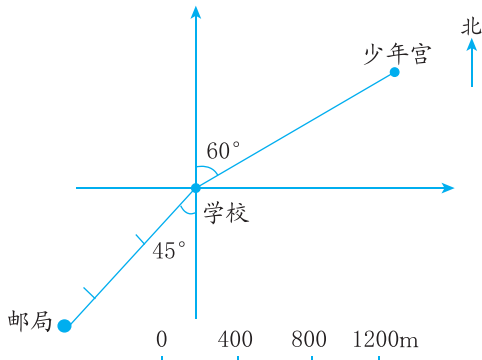


考点二 结合比例尺确定图上位置。

例 如图,少年宫在学校()偏()()°方向()m处。邮局在学校南偏西45°方向1000m处,在图中标出邮局的位置。

分析▶ 由图可知,少年宫在学校北偏东60°方向上,测量出学校到少年宫的图上距离是3cm,则实际距离是 $3 \times 400 = 1200$ (m),要在图中标出邮局的位置,已知方向,只需求出邮局和学校的图上距离即可, $1000 \times \frac{1}{400} = 2.5$ (cm),根据方向和距离即可在图上标出邮局的位置。

解答▶ 北 东 60 1200



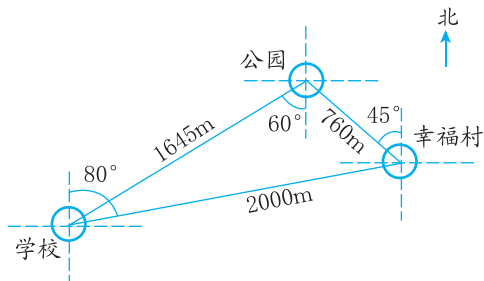
方法宝盒

求图上距离时,把比例尺转化成“图上1cm表示实际若干米”,用实际距离乘比例尺求出图上距离。



考点三 描述路线图。

● 例 学校举行秋季自行车越野赛,比赛路线如下图。



(1) 根据路线图和小强参加比赛所经过的方向和路程,完成下表。

	方向	路程	时间
学校—幸福村			10 分
幸福村—公园			4 分
公园—学校			6 分

(2) 小强的平均速度是多少?

分析► (1) 根据路线图和图中标注的角的度数描述出小强比赛经过的方向,结合各段的路程,逐一填写。(2) 根据各段的路程可求出小强比赛的总路程,根据各段路程所用的时间可求出小强比赛用的总时间,然后用比赛的总路程除以总时间,即可得出他的平均速度。

解答► (1) 北偏东 80° 2000m 北偏西 45° 760m 南偏西 60° 1645m

(2) $(2000+760+1645) \div (10+4+6) = 220.25$ (米/分)

答:小强的平均速度是 220.25 米/分。

方法宝盒

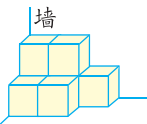
描述路线时,先描述方向,再描述距离,最后说到了哪里。

图形与几何专项演练

(时间:60 分钟 分数:_____)

一、填空题。(22 分)

- $3.5\text{m}^2 = (\quad)\text{dm}^2$
 $2\text{dm}^3 3\text{cm}^3 = (\quad)\text{dm}^3$
 $5.02\text{L} = (\quad)\text{L} (\quad)\text{mL}$
 $\frac{2}{5}$ 公顷 $= (\quad)\text{m}^2$
- 一个圆形花坛,半径是 3m,如果半径增加 1m,那么花坛的面积将增加 $(\quad)\text{m}^2$ 。
- 右图是由 (\quad) 个小正方体靠墙角摆成的。其中能看到三个面的小正方体有 (\quad) 个,能看到两个面的小正方体有 (\quad) 个。如果每个小正方

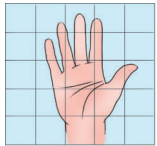


- 体的棱长都是 1cm,这个组合图形的表面积是 $(\quad)\text{cm}^2$,体积是 $(\quad)\text{cm}^3$ 。
- 用三个棱长为 2cm 的正方体拼成一个长方体,这个长方体的体积是 $(\quad)\text{cm}^3$,表面积是 $(\quad)\text{cm}^2$ 。
- 一个圆柱和一个圆锥等底等高,圆柱与圆锥的体积之和是 60cm^3 ,圆柱的体积是 $(\quad)\text{cm}^3$,圆锥的体积是 $(\quad)\text{cm}^3$ 。
- $\overline{A B C D E}$ 图中有 (\quad) 条直线, (\quad) 条射线, (\quad) 条线段。
- 一个钟表的时针长 6cm,经过 12 小时,时针针尖移动了 $(\quad)\text{cm}$ 。



8. 一位同学去水池洗手,离开时忘记关水龙头。若自来水管的内直径是 2cm,水管内水的流速是每秒 8cm,则 5 分钟会浪费 () L 水。

9. 估一估,右图中手的面积大约是 () cm^2 。(每个小方格的面积都是 1cm^2)



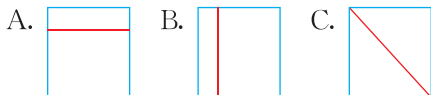
10. 在一块边长是 20cm 的正方形木板上锯下一个最大的圆,这块木板的损耗率是 ()。

二、判断题。(10 分)

- 平角是一条直线。 ()
- 三角形具有稳定性,四边形不具有稳定性。 ()
- 在电脑上,滚动鼠标可以把图片灵活放大与缩小。 ()
- 一个玻璃容器的体积与容积相等。 ()
- 一个棱长是 6cm 的正方体的表面积和体积相等。 ()

三、选择题。(8 分)

1. 学校传达室的门坏了,下图分别是木工师傅修门的方案,其中 () 修理方案可以使这扇门最牢固。



2. 右图中,梯形的上底是 8cm,下底是 6cm,阴影部分的面积是 18cm^2 ,则空白部分的面积是 () cm^2 。



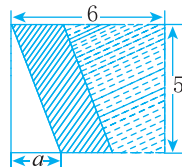
- A. 24 B. 18 C. 14
3. 一个圆柱的侧面展开图是一个正方形,这个圆柱的高与底面半径的比值是 ()。
- A. π B. 2π C. r
4. 一个长方体的长、宽、高分别是 $a\text{m}$ 、 $b\text{m}$ 、 $h\text{m}$ 。如果高增加 2m,那么体积就会比原来增加 () m^3 。
- A. $2ab$ B. $2abh$ C. $(h+2)ab$

四、计算题。(11 分)

1. 直接写得数。(π 取 3.14) (6 分)
- $0.5^2 =$ $2\pi =$ $4^2 - 3^2 =$

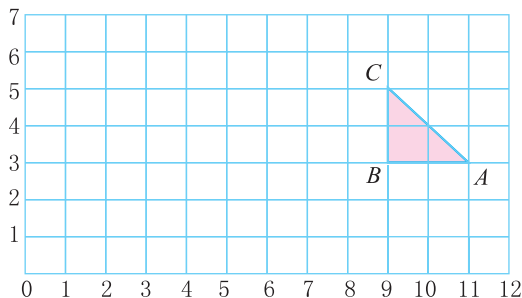
$$\left(\frac{2}{5}\right)^2 = \quad 1.5\pi = \quad 12\pi =$$

2. 如图,一个长方形被分割成三部分,从左往右三部分的面积比是 1 : 2 : 3,则 a 的值是多少? (5 分)



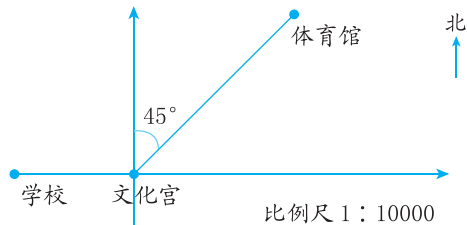
五、动手操作题。(16 分)

1. 下面的小方格边长都是 1cm,按要求做题。(7 分)



- 先画一个直径是 3cm 的半圆,再画出这个半圆的对称轴。
- 用数对表示三角形 ABC 各顶点的位置。
A (,) B (,) C (,)
- 先画出三角形 ABC 向左平移 6 格后的图形 $A'B'C'$,再画出将平移后的三角形绕 A' 点逆时针旋转 90° 后的三角形 $A''B''C''$ 。

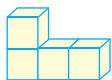
2. 文化宫周围的建筑如下图所示。(4 分)



- 学校在文化宫 () 方向约 () m 处。
- 体育馆在文化宫 () 方向约 () m 处。



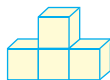
3. 把从侧面看是 A 的连起来,从正面看是 B 的连起来。(5 分)



①



②



③



④



A



B

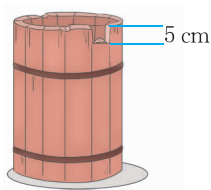
六、解决问题。(33 分)

1. 一间会客厅长 8m, 宽 6m, 高 3.5m, 门窗的面积是 12m^2 。若用壁纸装饰它的四周墙壁, 则至少要买多少平方米的壁纸? (5 分)

2. 一个无盖的圆柱形木桶的底面直径是 40cm, 高是 50cm。(10 分)

(1) 做这样一个水桶, 至少需用木板多少平方厘米?

(2) 木桶破损后(如下图), 最多能盛水多少升? (得数保留整数)



3. 小明请 6 名同学来家里做客, 他选用一盒饮料(形状如图 1)招待同学, 给每个同学

倒满一杯(杯子形状如图 2)。他自己还能喝上饮料吗? (写出计算过程)(6 分)

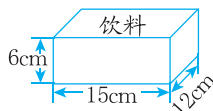


图 1

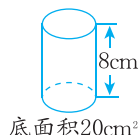
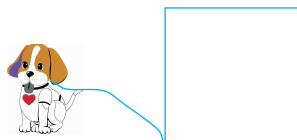


图 2

4. 一只小狗被主人拴在一个建筑物外部的墙角上, 这个建筑物的基座是一个边长为 4m 的正方形, 已知绳子的长是 5m, 这只小狗的活动范围有多大? (6 分)



5. 一个底面半径是 6cm 的圆柱形玻璃器皿里装有一部分水, 水中浸没着一个高为 9cm 的圆锥形铅锤。把铅锤从水中取出后, 水面下降了 0.5cm。这个圆锥形铅锤的底面积是多少平方厘米? (6 分)

3 统计与概率

统计与概率

知识技能

1. 掌握统计表、条形统计图、折线统计图和扇形统计图等统计知识
2. 能够读懂和绘制简单的统计表、统计图, 并能够根据数据作出简单的判断、分析、预测
3. 能解决计算平均数的实际问题
4. 会求一些简单事件发生的可能性

数学思考

1. 经历统计的过程, 在整理统计与可能性知识的过程中培养统计观念
2. 了解数据的收集、整理、分析、描述的全过程, 渗透统计思想

问题解决

1. 能根据实际情况选用恰当的统计图表对数据进行简单的分析、描述, 并对事件作出合理的预测
2. 能够运用所学的统计知识解决一些简单的统计问题, 体会统计在生活中的应用

情感态度

发展数据分析观念, 形成尊重事实、用数据说话的态度, 初步形成科学的方法论





统计与概率

知识回顾

知识点一 数据收集、整理、分析

1. 数据收集、整理、分析的方法与步骤。

- (1) 确定调查的主题和需要调查的数据。
- (2) 根据调查的主题和数据设计调查表(用于问卷调查)或统计表(用于收集数据)。
- (3) 确定调查的方法:实地调查、问卷调查或网络媒体调查。
- (4) 进行调查,确定记录数据的方法(明确把数据记录在调查表上还是记录在统计表上),并做好记录。
- (5) 整理和描述数据,对数据进行分类,选择适当的统计图描述数据。
- (6) 根据统计图分析数据,作出判断和预测。

2. 设计调查表。

设计调查表一般注意以下事项:

- (1) 根据调查的问题确定调查哪些数据。
- (2) 明确调查的方法。
- (3) 明确如何记录数据。

3. 设计统计表。

统计表 $\left\{ \begin{array}{l} \text{单式统计表: 只有一组统计项目的统计表。} \\ \text{复式统计表: 有两组或两组以上统计项目的统计表。} \end{array} \right.$

4. 制作统计表的步骤。

- (1) 收集整理数据。
- (2) 确定统计表的格式和栏目数量,根据纸的大小绘制表格。
- (3) 填写栏目、项目名称及其数据。
- (4) 计算总计及合计并填入表中,一般总计放在横栏最左格,合计放在竖栏最上格。
- (5) 写上表格名称、标明制表时间。

知识点二 各种统计图的意义、特点、作用、绘制方法

	条形统计图	折线统计图	扇形统计图
意义	用一定的单位长度表示一定的数量	用折线的起伏变化表示数量的增减变化	用一个圆表示总数,用圆中大小不同的扇形表示各部分数量占总数量的百分比
特点	很容易读出数量的多少	不仅可以表示出数量的多少,而且能清楚地反映出数量的增减变化情况	可以清楚地表示出各部分数量与总数量之间的关系
作用	便于直观地了解数据的大小以及不同数据之间的差异	便于直观了解数据的变化趋势和数据的大小	便于直观了解各部分数量与总数量之间的百分比,以及部分与部分间的大小关系



续表

	条形统计图	折线统计图	扇形统计图
绘制方法和注意事项	<p>(1) 画出横轴和纵轴, 选取一定的长度作为一个单位, 每个单位表示一定的数量</p> <p>(2) 根据项目数据的大小画出宽窄相同、长短不同的直条, 并按一定的顺序排列起来。画复式统计图时, 要注明图例</p> <p>(3) 写出统计图的名称、制图日期</p>	<p>与条形统计图的绘制方法基本相同。需要按照数量的多少描出各点, 再用线段连接。</p> <p>注意: 画复式统计图时, 要注明图例</p>	<p>(1) 算出各部分数量占总数量的百分比</p> <p>(2) 算出表示各部分数量的扇形圆心角的度数</p> <p>(3) 取适当的半径画一个圆, 并按照上面算出的扇形圆心角的度数在圆中画出各个扇形</p> <p>(4) 在各个扇形内标明所表示数量的名称和所占的百分比, 并用不同的颜色或底纹把各个扇形区分, 也可以用图例标明</p> <p>(5) 写上统计图的名称并标明制图时间(也可不标明制图时间)</p>

知识点三 平均数与可能性

1. 平均数。

意义	在几个数的和不变的情况下, 通过“移多补少”使每个数相等
特点	它反映一组数据的集中趋势
计算方法	平均数 = 总数量 ÷ 总份数 (注意总数量与总份数之间的对应)

2. 可能性。

(1) 可能性的分类。

可能性 { 确定事件: 确定事件一般用“一定发生”或“不可能发生”描述。
 不确定事件: 不确定事件一般用“可能”描述。

(2) 体验事件发生的可能性及游戏规则的公平性, 会设计公平的游戏规则。

(3) 能对简单事件发生的可能性作出预测。

考点精讲

考点一 绘制折线统计图并分析和解决问题。

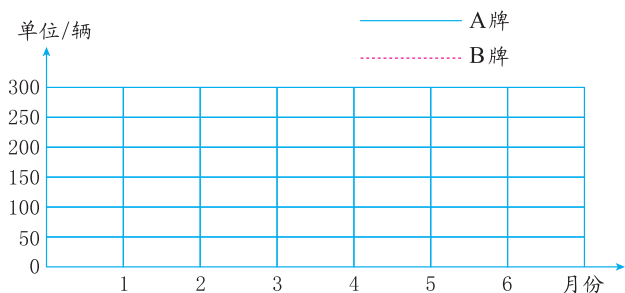
例 某汽车销售公司 2018 年上半年汽车销售情况如下表, 根据表中的数据完成下面的统计图。

单位/辆

月份	1	2	3	4	5	6
A 牌	120	100	150	205	280	260
B 牌	80	100	162	220	192	278



某汽车销售公司2018年上半年汽车销售情况统计图



(1) 观察上面的统计图, 这半年两种车()月的销售量同样多, ()月的销售量相差最大。

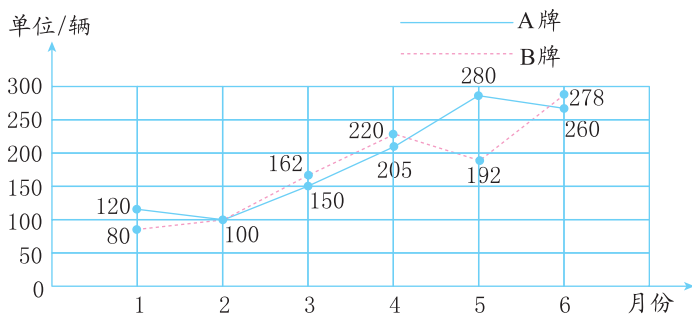
(2) 哪种车第二季度销售得好一些?

分析▶ 先描出一种车各月的销售量, 用线段顺次连接起来, 再描出另一种车各月的销售量, 用线段顺次连接。注意标出数量, 在连线时要注意: A牌用的是实线, 而B牌用的是虚线。

(1) 比较哪个月的销售量相差最大, 一种方法是通过计算, 算出同一个月两种车的相差数量再比较, 另一种方法是直接看哪个月两种车销售量的两个点之间的距离最大。

(2) 先把两种车在第二季度的销售量分别计算出来, 再比较即可。

解答▶ 某汽车销售公司2018年上半年汽车销售情况统计图



(1) 2 5

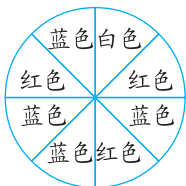
(2) A牌: $205 + 280 + 260 = 745$ (辆)

B牌: $220 + 192 + 278 = 690$ (辆)

$745 > 690$, 因此 A 牌车第二季度销售得好一些。

考点二 可能性。

例 一个转盘游戏, 如果指针指向白色区域, 就能得到玩具长颈鹿; 如果指针指向蓝色区域, 就能得到玩具小浣熊; 如果指针指向红色区域, 就能得到玩具小狐狸。



我也想玩一次, 我得到什么的可能性最大? 得到什么的可能性最小呢?



方法宝盒

绘制复式折线统计图时, 一般先描出一种量的各个点并连线, 再描出另一种量的各个点并连线, 要注意使用图例区分两种量。

方法宝盒

个体占总体的份数越多, 发生的可能性越大。



分析▶先数出每种颜色占的份数,再数出一共有多少份,总份数一定,哪种颜色占的份数越多,指针指向那种颜色的可能性就越大。

解答▶得到玩具小浣熊的可能性最大,得到玩具长颈鹿的可能性最小。

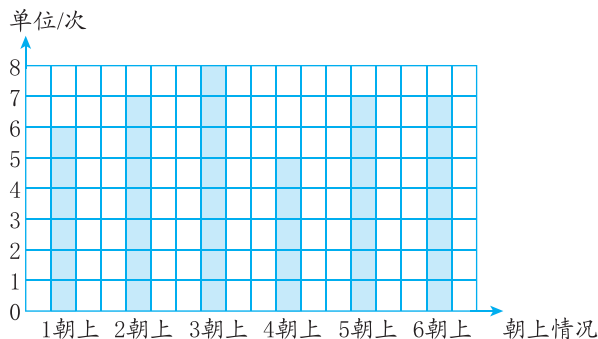
考点三 游戏规则的公平性。

例 小明和小刚在一个正方体的6个面上分别写上1~6。他们把这个正方体任意抛40次,各数朝上的情况如右图。

(1)从图上可以看出,_____朝上的次数最多,_____朝上的次数最少。

(2)如果把正方体再抛40次,“1”朝上的情况会怎么样?在合适的答案下面画“√”。

次数最多	次数最少	无法确定
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



(3)如果规定朝上的数大于3算小明赢,朝上的数小于3算小刚赢,这个游戏规则公平吗?如果不公平,可以怎样修改规则?

分析▶(1)条形统计图中最长的直条表示某数朝上的次数最多,最短的直条表示某数朝上的次数最少。(2)如果把正方体再抛40次,“1”朝上的情况是无法确定的。因为一个正方体上有6个数字,每抛一次,每一个数字朝上的可能性都一样,而且每一次的抛出都是一个独立的事件,所以无法确定“1”朝上的情况。(3)因为大于3的数有4、5、6,小于3的数只有1、2,小明赢的可能性更大,所以这个游戏规则不公平。可以修改为:朝上的数大于3算小明赢,朝上的数小于或等于3算小刚赢;或者规定奇数朝上算小明赢,偶数朝上算小刚赢。

方法宝盒

解答此题的关键是读懂条形统计图并能根据可能性的大小进行分析和判断。

解答▶(1)3 4 (2)

次数最多	次数最少	无法确定
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>

(3)这个游戏规则不公平。

修改规则:朝上的数大于3算小明赢,朝上的数小于或等于3算小刚赢。(修改方法不唯一)

统计与概率专项演练

(时间:60分钟 分数:_____)

一、填空题。(38分)

- 数学试卷上有一道选择题,四个选项中只有一个正确,小玲不会做,任意选了一个,()的可能性大。(填“对”或“错”)
- 掷一枚骰子,如果掷了180次,“6”朝上的次数大约是()次。
- 在括号里填“一定”“可能”或“不可能”。
 - 明天()下雨。
 - 太阳()从东边落下。

(3)妈妈的年龄()比小红大。

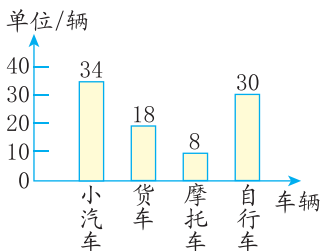
- 下面是玉华小学六(1)班同学为地震灾区捐款情况统计表,把表补充完整并填空。

每人捐款/元	5	10	20	50	100
人数统计	正正正	正F	正正正正	正	F
人数					

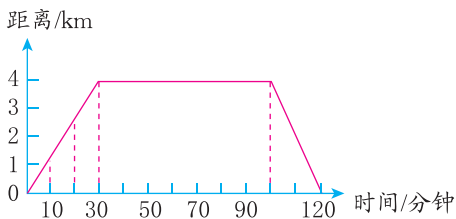
六(1)班同学平均每人捐款()元。



5. 李刚站在路口统计半小时内各种车辆通过的数量,并制成了下面的条形统计图,请你根据图中的数据填空。



- (1) 这个路口平均每分钟大约通过()辆汽车。
- (2) 半小时内通过的机动车(小汽车、货车和摩托车)比非机动车多()%。
6. 某地今年上半年每月的平均气温是 5°C 、 8°C 、 12°C 、 18°C 、 24°C 、 30°C ,为了反映气温的变化情况,制成()统计图比较合适。
7. 在一幅条形统计图里,用 1cm 长的直条表示 20 万元,用()cm 长的直条表示 30 万元,用 5cm 长的直条表示()万元。
8. 小明从家去相距 4km 远的图书馆看书。从所给的折线统计图中可以看出小明在图书馆待了()分钟,去时平均速度是每小时()km,返回时平均速度是每小时()km。



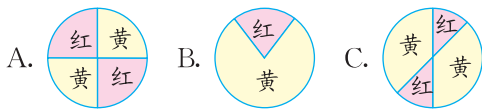
二、判断题。(6 分)

1. 从标有 1、2、3、4 的四张卡片中任取两张,和是偶数的可能性与和是奇数的可能性相等。()
2. 如果聪聪所在班的平均身高大于明明所在班的平均身高,那么聪聪一定比明明高。()

3. 一次抽奖活动的中奖率是 1%,抽 100 次一定会中奖。()

三、选择题。(12 分)

1. 统计小红每次数学测试成绩,看看是进步还是退步,不能选用()统计图。
A. 条形 B. 折线 C. 扇形
2. 下列事件中,不可能发生的是()。
A. 地球绕太阳公转
B. 买一张车票,座位靠窗
C. 有一个星期有 8 天
3. 小红和小芹做转盘游戏,如果停在黄色区域算小红赢,停在红色区域算小芹赢。下面的()转盘是公平的。



4. 在 10 以内的质数中,任意选两个数相乘,就奇偶性而言,下面说法正确的是()。
A. 积是偶数的可能性大
B. 积是奇数的可能性大
C. 积是偶数与奇数的可能性一样大

四、读图(表)完成问题。(20 分)

1. 下面记录的是六(1)班第一组学生期中考试成绩。(单位:分)(12 分)

83、89、81、55、62、70、78、94、84、97、86、100、66、75

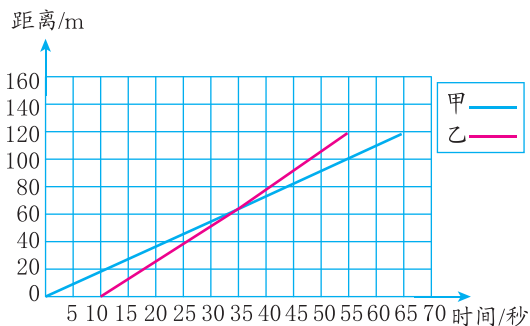
请根据上面记录的分数填写下表,并回答问题。(除不尽的百分号前保留一位小数)

分数	合计	100	90~99	80~89	70~79	60~69	60 分以下
人数							

- (1) 该小组的平均成绩是()分。
- (2) 优秀(80 分及以上)率约是()%。
- (3) 及格(60 分及以上)率约是()%。
- (4) 优秀学生比其他学生多()人,约多()%。



2. 在一个郊外的旅游区,两个人比赛滑雪,距离是 120m,甲先滑 10 秒钟,统计图如下。(8 分)



(1)乙大约滑了()赶上甲。

A. 35m B. 40m C. 60m D. 120m

(2)甲在 55 秒时滑了()。

A. 27m B. 30m C. 100m D. 120m

五、解决问题。(24 分)

1. 小华和小力用标有 1、2、3 的三张数字卡片做游戏。每次任意取出两张卡片,若和是奇数,则小华胜出;若和是偶数,则小力胜出。你认为游戏规则公平吗?为什么?

(10 分)

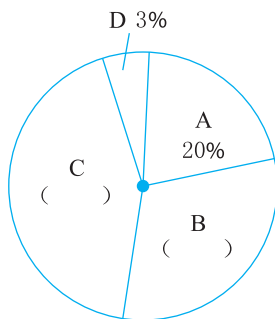
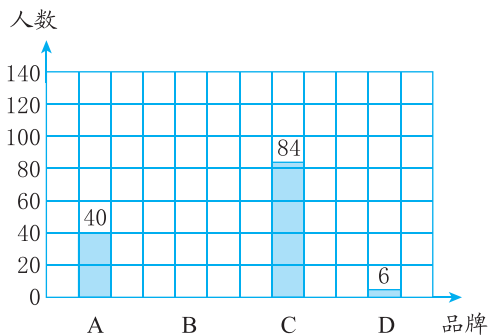


考试加油站 4

2. 近年来,骑共享单车的人越来越多。下面是采访使用共享单车情况的统计图,请你根据统计图完成下面的问题。(14 分)

(1)一共采访了()人。

(2)请把条形统计图和扇形统计图补充完整。(写出主要的计算过程。)



微信扫码, 立即获取

★数学知识专题讲解

★名师1对1在线辅导

更有学习资料可以领取



4 数学思考

数学思考

知识技能

1. 能利用推理寻找规律，运用规律解决数学问题
2. 学会使用列表法进行逻辑推理，掌握排除、筛选等基本数学方法
3. 学会运用等量代换的方法将复杂问题简单化，发展演绎推理能力
4. 体会并掌握演绎推理的方法，提高思维的严密性

数学思考

1. 提高寻找规律、运用规律的能力，体会和掌握相关数学思想和方法
2. 经历数学活动的过程，积累数学活动经验，体会和掌握寻找模式、应用模式

问题解决

1. 能利用逻辑推理，一步一步排除、筛选，逐步缩小范围，找到答案，解决问题
2. 体会一些数学思想、方法在解决问题中的作用，掌握一些数学思想和方法，会用一些数学思想和方法解决生活中的问题

情感态度

进一步体验充满探索与创造的数学活动，激发学习数学、探索规律、演绎推理的兴趣，并综合运用所学的知识解决一些简单的实际问题





数学思考

知识回顾

知识点 主要数学思想、方法、策略

1. 数形结合法。

把抽象的数学语言、数量关系与直观的几何图形、位置关系结合起来,通过“以形助数”或“以数解形”的方式,把复杂问题简单化、抽象问题具体化,从而达到解决问题的目的。

2. 列表法。

用表格的形式表示出题中的已知条件和问题,使得条件和条件之间,问题和问题之间的关系条理化、清晰化、明朗化,有利于探索解决问题的思路,从而达到解决问题的目的。

3. 等量代换。

“等量代换”是指把一个量用与它相等的量去代替,狭义的等量代换思想用等式的性质来体现就是等式的传递性。用字母表示为如果 $a=b, b=c$, 那么 $a=c$ 。

4. 转化策略。

转化策略就是解决稍复杂的数学问题时,通过换角度、换方式、换叙述的方法,把复杂问题转化为简单问题,从而获得解决问题的方法。

5. 排除法。

排除对立的结果叫做排除法。任何事物都有其对立面,在有正确与错误的多种结果中,一切错误的结果都排除了,剩余的就是正确的结果。这种方法也叫淘汰法、筛选法或反证法。

考点精讲

考点一 利用数形结合法解答找图形规律问题。

例 6个点可以连多少条线段? 8个点呢? 根据规律,你知道12个点、20个点能连多少条线段吗? 请写出算式。想一想, n 个点能连多少条线段?(教材第100页例1)

分析 每两点之间都能连成一条线段,从两个点开始,逐渐增加点数,找到规律。

点数					
增加条数	—	2	3	4	5
总条数	1	3	6	10	15

观察上表发现,从2个点开始,每增加1个点,这个点和原来的每个点都能连成一条线段,所以原来有几个点就增加几条线段(如下表),然后求出和即可。

点的个数	线段条数
2	1
3	$1+2$
4	$1+2+3$
5	$1+2+3+4$
...	...
n	$1+2+3+\cdots+(n-1)$

解答 $1+2+3+4+5=15$ (条) $1+2+3+4+5+6+7=28$ (条)



即 6 个点可以连 15 条线段, 8 个点可以连 28 条线段。

$$\begin{aligned} & 1+2+3+\cdots+10+11 \\ &= (1+11) \times 11 \div 2 \\ &= 66(\text{条}) \end{aligned}$$

12 个点可以连 66 条线段, 20 个点可以连 190 条线段。

$$1+2+3+\cdots+(n-1) = (1+n-1) \times (n-1) \div 2 = \frac{1}{2}n(n-1)$$

即 n 个点可以连 $\frac{1}{2}n(n-1)$ 条线段。

考点二 用列表法解答逻辑推理问题。

例 六年级有三个班, 每班有 2 个班长。开班长会时, 每次每班只要一个班长参加。第一次到会的有 A、B、C; 第二次有 B、D、E; 第三次有 A、E、F。请问: 哪两位班长是同班的?

(教材第 101 页例 2)

分析 这是一个比较复杂的逻辑推理问题。已知六年级有 3 个班, 每个班有 2 个班长, 开会时只能去一个班长。我们可以把每次到会情况借助图表来进行整理, 从而确定每个班的班长是谁。用图表表示到会情况时, 可以用数字“1”表示到会, 数字“0”表示没有到会, 整理如下:

	A	B	C	D	E	F
第一次	1	1	1	0	0	0
第二次	0	1	0	1	1	0
第三次	1	0	0	0	1	1

由图表可知共有 A、B、C、D、E、F 六人参加会议, 第一次 A、B、C 参加了会议, 所以班长 A 只可能是和 D、E、F 中的一个同班; 第二次 B、D、E 参加了会议, A 没有参加, 所以 A 可能与 D、E 同班; 第三次 A、E、F 同时参加, 所以 A 和 E 不同班, 只能是 A 与 D 同班。

同理得出 B 和 F 同班, C 和 E 同班。

解答 A 和 D 同班, B 和 F 同班, C 和 E 同班。

考点三 用等量代换思想求两个未知数的问题。

例 \triangle 、 \square 、 \bigcirc 、 \star 、 \odot 各代表一个数。(教材第 101 页例 3)

(1) 已知 $\triangle + \square = 24$, $\triangle = \square + \square + \square$ 。求 \triangle 和 \square 的值。

(2) 已知 $\bigcirc + \star = 160$, $\odot + \star = 160$ 。 \bigcirc 是否等于 \odot ?

分析 在这两个问题中, \triangle 、 \square 、 \bigcirc 、 \star 、 \odot 各代表一个数。

(1) 已知 $\triangle + \square = 24$, $\triangle = \square + \square + \square$, 求 \triangle 和 \square 的值。

$$\triangle = \square + \square + \square \rightarrow \square + \square + \square + \square = 24 \rightarrow \square = 24 \div 4 = 6 \quad \triangle = 6 \times 3 = 18$$

(2) 已知 $\bigcirc + \star = 160$, $\odot + \star = 160$, 求 \bigcirc 和 \odot 是否相等。

$$\begin{array}{l} \bigcirc + \star = 160 \\ \odot + \star = 160 \end{array} \rightarrow \text{根据等式的传递性, 得出 } \bigcirc + \star = \odot + \star \rightarrow \text{根据等式的基本性质, 两边都减去 } \star, \text{ 得出 } \bigcirc = \odot$$

解答 (1) $\square = 6$, $\triangle = 18$ 。(2) \bigcirc 等于 \odot 。

方法宝盒

同一平面内,
 n ($n \geq 2$) 个点可以
连 $\frac{1}{2}n(n-1)$ 条线段。

方法宝盒

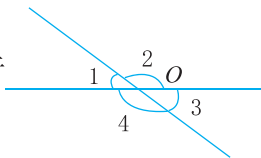
用列表法解决逻辑推理问题, 能使已知条件更加清晰化、明朗化。解答时, 要一步一步排除、筛选, 逐步缩小范围, 直到找到答案, 解决问题。

方法宝盒

等量代换思想用等式的性质来体现就是等式的传递性。如 $a=b$, $b=c$, 则 $a=c$ 。

**考点四** 用推理法说明“邻角互补,对顶角相等”。

例 什么是平角? 平角与直线有什么区别? 如右图, 两条直线相交于点 O 。(教材第 102 页例 4)



(1) 每相邻两个角可以组成一个平角, 一共能组成几个平角?

(2) 你能推出 $\angle 1 = \angle 3$ 吗?

分析 两条边在一条直线上的角, 就叫做平角, 平角是 180° 。也就是说, 平角的两条边成一条直线, 但是直线并不是平角。因为在直线上找不到角旋转时的始边和终边。

(1) 如上图, 已知两条直线相交于点 O , 组成四个角: $\angle 1$ 、 $\angle 2$ 、 $\angle 3$ 、 $\angle 4$, 所求的问题是图中一共能组成几个平角。

方法宝盒

两条相交的直线组成四个角, 其中相邻的两个角都能组成平角, 相对的角相等, 简称“邻角互补, 对顶角相等。”

邻角: 有公共顶点, 有一条公共边

邻角有两条边在一条直线上, 如 $\angle 1$ 和 $\angle 2$

依次推出: $\angle 2$ 和 $\angle 3$, $\angle 3$ 和 $\angle 4$, $\angle 4$ 和 $\angle 1$

(2) 已知上图中相邻的两个角都能组成一个平角。例如, $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$ 、 $\angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$ 。所求证的问题是 $\angle 1$ 是否等于 $\angle 3$ 。

$$\begin{aligned} \angle 1 + \angle 2 &= 180^\circ \\ \angle 2 + \angle 3 &= 180^\circ \end{aligned}$$

根据等式的传递性得出:
 $\angle 1 + \angle 2 = \angle 2 + \angle 3$

根据等式的基本性质, 两边都减去 $\angle 2$ 即可推出 $\angle 1 = \angle 3$

解答 一条射线绕它的端点旋转半周, 形成的角叫做平角。平角是 180° 。平角有顶点、始边及终边; 直线没有端点, 长度不可测量。

(1) $\left. \begin{array}{l} \angle 1 \text{ 和 } \angle 2 \\ \angle 2 \text{ 和 } \angle 3 \\ \angle 3 \text{ 和 } \angle 4 \\ \angle 4 \text{ 和 } \angle 1 \end{array} \right\}$ 一共能组成 4 个平角。

(2) $\left. \begin{array}{l} \angle 1 + \angle 2 = 180^\circ \\ \angle 2 + \angle 3 = 180^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \angle 1 + \angle 2 = \angle 2 + \angle 3 \Rightarrow \angle 1 = \angle 3$

考点五 用转化策略把逻辑关系转化为数量关系。

例 有三堆围棋子, 每堆 60 枚, 第一堆中的黑棋子与第二堆中的白棋子同样多, 第三堆有 $\frac{1}{3}$ 是白棋子, 这三堆棋子一共有多少枚白棋子?

分析 有三堆棋子, 每堆 60 枚, 如果把第一堆和第二堆合成一堆, 那么里面的黑白棋子各占 $\frac{1}{2}$, 第三堆白棋子占 $\frac{1}{3}$, 求这三堆棋子一共有多少枚白棋子。

方法宝盒

用转化策略解决问题时, 先找到题中的逻辑关系, 再将逻辑关系进行转化, 从而找到解决问题的数量关系。

第一堆白棋子 + 第二堆白棋子 = 两堆棋子总数的一半, 是 60 枚

第三堆有 $\frac{1}{3}$ 是白棋子

三堆棋子中白棋子的数量

解答 $60 + 60 \times \frac{1}{3} = 60 + 20 = 80$ (枚) 答: 这三堆棋子一共有 80 枚白棋子。

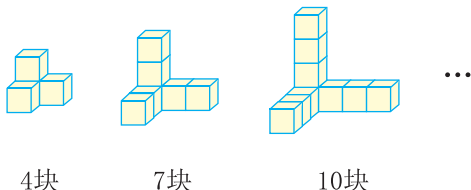


数学思考专项演练

(时间:60 分钟 分数:_____)

一、填空题。(30 分)

1. 小强、小清、小玲、小红四人中,小强不是最矮的,小红不是最高的,但比小强高,小玲不比大家高。请按从高到矮的顺序,把名字写出来。
2. 100 个人吃 100 张饼,大人每人吃 4 张,小孩儿每 4 人吃 1 张,大人有()人,小孩儿有()人。
3. 有 25 个零件,其中 24 个质量相同,1 个质量稍重一些。如果用天平称,至少称()次能保证找出这个零件。
4. 甲、乙、丙三人站成一排照相,如果甲需要站在中间,共有()种不同的站法。
5. 幼儿园小朋友按如下的方式摆积木,按照这样的规律摆下去,摆第 8 个图形需要()块积木。

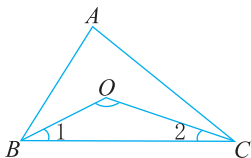


二、选择题。(20 分)

1. 已知 $\star + \square = 91$, $\triangle + \square = 63$, $\triangle + \star = 46$, 则 \star 、 \square 、 \triangle 代表的数分别是()。
A. 9、54、37 B. 37、9、54
C. 56、35、9 D. 37、54、9
2. 从甲地到乙地有 3 条不同的路可以走,从乙地到丙地有 4 条不同的路可以走,从甲地经过乙地到丙地共有()条不同的路可以走。
A. 4 B. 1 C. 12 D. 20

三、我会推理。(50 分)

1. 如图,在 $\triangle ABC$ 中,线段 BO 和 CO 分别将 $\angle ABC$ 和 $\angle ACB$ 平均分成了



两份。(24 分)

- (1) 如果 $\angle 1 + \angle 2 = 50^\circ$, 那么 $\angle O$ 是多少度?
- (2) 如果 $\angle ABC + \angle ACB = 120^\circ$, 那么 $\angle O$ 是多少度?
- (3) 如果 $\angle A = 70^\circ$, 那么 $\angle O$ 是多少度?

2. 一个仪器架分三层,上层放 1 个大瓶和 1 个中瓶,中间放 1 个中瓶和 4 个小瓶,下层放 6 个小瓶。已知每层存放的药水量同样多,这个仪器架上存放的药水量共 36L。1 个大瓶和 1 个小瓶存放的药水量一共有多少升?(13 分)

3. 家长和老师陪同一些学生参加数学竞赛,已知家长和老师一共 22 人,家长比老师多,妈妈比爸爸多,女老师比妈妈多 2 人,至少有 1 名男老师,那么在这 22 人中,爸爸有多少人?(13 分)

5 综合与实践

综合与实践

知识技能

1. 学会计算汽车二氧化碳的排放量，增强绿色出行意识
2. 学会综合运用所学数学知识解决出游问题，提高数学计算、统筹安排、查询信息等方面的能力
3. 通过探究确定邮资，巩固所学知识，培养归纳、推理能力
4. 初步感受杠杆原理，加深对反比例关系的理解与运用

数学思考

1. 通过综合实践活动，巩固所学的知识，加深对数学知识的理解与运用，增强运用数学的能力
2. 通过综合实践活动，感受数学与生活的密切联系及数学在生活中的应用，找到数学与生活的“桥梁”，并学会转化与运用

问题解决

1. 能综合运用所学知识，解决生活中综合实践类问题，积累数学活动经验
2. 积累数学学习经验，学会运用数学的思维方式去解决生活中的问题，总结解决问题的策略与方法

情感态度

培养数学思维能力，丰富活动体验，体会数学在日常生活中的应用，增强运用数学的意识





第1节 绿色出行

活动演练

活动背景

据统计,2011年末全国民用轿车保有量4962万辆,同比增长23.2%,其中私人轿车4322万辆,同比增长25.5%。北京市公共交通出行比例由2010年的40%上升到2011年的42%,2011年小汽车出行比例为33%,为近年来首次下降。北京市民的“绿色出行”意识不断增强。

活动内容

理解绿色出行的含义和感受绿色出行的必要性,初步了解绿色出行的好处。

活动准备

1. 理解“保有量”“同比”的意义。

据统计,2011年末全国民用轿车保有量4962万辆,同比增长23.2%,其中私人轿车4322万辆,同比增长25.5%……

轿车保有量是指同一地区拥有民用轿车的数量,一般指当地车管部门登记的车辆的数量总和。

在统计中,表示数据增长幅度时,如果是本期发展水平与去年同期发展水平相比,就是“同比”。这里的两个“同比”,一个是2011年末全国民用轿车保有量与2010年末的比较,另一个是2011年私人轿车拥有的数量与2010年的比较。

2. 感受绿色出行的必要性。

“绿色出行”是指采取相对环保的出行方式,即节约能源、提高能效、减少污染、有益于健康、兼顾效率的出行方式。

北京市公共交通出行比例由2010年的40%上升到2011年的42%,2011年小汽车出行比例为33%,为近年来首次下降。说明北京市民的“绿色出行”意识不断增强。

绿色出行能缓解交通压力,降低大气污染,减少交通事故,促进身体健康。

解决问题

小明的爸爸每天开车上下班,从单位到家往返的平均速度为20千米/时,单程用时45分钟。妈妈上班乘地铁单程用时30分钟,地铁的平均速度为30千米/时。小明每天步行上下学,单程用时15分钟,平均步行速度为50米/分。

1. 解决教材第105页问题1。

每辆汽车平均每千米排放160g二氧化碳。一辆汽车一年排放二氧化碳多少千克?合多少吨?全国2011年末之前购买的私人轿车在2012年排放多少吨二氧化碳?(北京的一辆汽车平均每年行驶15000km)

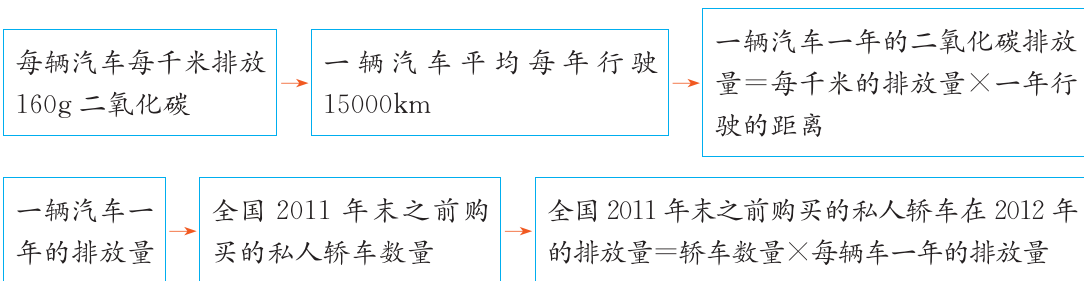
(1)理解题意。

已知:每辆汽车平均每千米排放160g二氧化碳。

调查数据:北京的一辆汽车平均每年行驶15000km。

问题: { 求一辆汽车一年排放二氧化碳多少千克?合多少吨?
全国2011年末之前购买的私人轿车在2012年排放多少吨二氧化碳?

(2)分析思考。



(3)规范解答。

$$160 \times 15000 = 2400000(\text{g}) = 2400(\text{kg}) = 2.4(\text{t})$$

$$4322 \text{ 万} = 43220000 \quad 2.4 \times 43220000 = 103728000(\text{t})$$

答:一辆汽车一年排放二氧化碳 2400kg,合 2.4t。2011 年末之前购买的私人轿车在 2012 年排放 103728000t 二氧化碳。

2. 解决教材第 106 页问题 2。

小明的爸爸从家到单位有多远? 如果全年按 245 个工作日计算,一年上下班行驶多少千米? 排放多少二氧化碳?

(1)摘录背景资料信息,理解题意。

	交通工具	往返平均速度	单程所用的时间
爸爸	私家车	20 千米/时	45 分钟
妈妈	地铁	30 千米/时	30 分钟
小明	步行	50 米/分	15 分钟

(2)理解单程的意思。

单程就是来程或回程。例如,爸爸上下班的单程就是指爸爸从家到单位或从单位到家的路程。

(3)分析思考。

小明爸爸每天从家到单位往返的平均速度×单程所用的时间(注意统一单位,转化为小时)=小明爸爸从家到单位的距离

小明爸爸一个工作日行驶的来回路程×全年 245 个工作日=全年行驶的路程

(4)规范解答。

$$\frac{45}{60} \times 20 = 15(\text{km}) \quad 15 \times 2 \times 245 = 7350(\text{km}) \quad 160 \times 7350 = 1176000(\text{g}) = 1176(\text{kg})$$

答:小明的爸爸从家到单位有 15km。一年上下班行驶 7350km,排放 1176kg 二氧化碳。

3. 解决教材第 106 页问题 3。

妈妈从家到单位有多远? 根据上面的信息,你能发现什么?

(1)理解题意。

先解答妈妈从家到单位有多远,再根据信息,看看能发现什么。

(2)分析思考。

地铁的平均速度×妈妈从家到单位的时间=妈妈从家到单位的距离

(3)规范解答。

$$\frac{30}{60} \times 30 = 15(\text{km}) \quad \text{答:妈妈从家到单位有 15km。}$$



发现:妈妈乘坐的地铁交通工具,节约能源,比较环保;小明步行,这种交通方式最环保,还锻炼了身体。

4. 解决教材第 106 页问题 4。

调查本班同学及家长的交通出行方式,计算绿色出行所占的百分比。你有什么好的建议?

(1)理解题意。

这是一个调查活动,给出了“上下班(上下学)交通方式调查表”,要求是调查本班同学及其家长的交通出行方式,并计算绿色出行所占的百分比,最后提出合理的建议。

(2)调查数据。

①调查方法:可以采取举手表决和问卷调查的方式。

②整理调查的数据,填写表格。(以编者调查的数据为参考)

上下班(上下学)交通方式调查表

	爸爸	妈妈	学生	合计
公共交通	12 人	10 人	8 人	30 人
私家车	11 人	15 人	4 人	30 人
自行车	5 人	7 人	18 人	30 人
步行	12 人	8 人	10 人	30 人

(3)计算本班同学及家长的交通出行方式中绿色出行所占的百分比。

①明确计算方法:在公共交通、私家车、自行车和步行四种交通出行方式中,属于绿色出行的有公共交通、自行车和步行。

$$\text{绿色出行所占的百分比} = \frac{\text{乘公共交通人数} + \text{骑自行车人数} + \text{步行人数}}{\text{出行总人数}} \times 100\%$$

②计算绿色出行所占的百分比。

$$\frac{30 + 30 + 30}{30 + 30 + 30 + 30} \times 100\% = 75\%$$

答:绿色出行所占的百分比是 75%。

(4)建议家长以后出门多选择绿色出行的交通方式,稍远的可以骑自行车,或乘坐公共交通工具,尽量不开车或少开车。

活动总结

根据调查的有关数据计算路程,计算二氧化碳的排放情况,用数据说明绿色出行的好处,认识绿色出行的重要性,倡导大家绿色出行。

活动探究

小海的爸爸每天驾驶小汽车上下班各一次,单程用 45 分钟,平均速度是 40 千米/时,这辆小汽车每小时排放二氧化碳 140g。小海的爸爸从家到单位有多远?如果每年按 240 个工作日计算,小海的爸爸一年上下班共行驶多少千米?一年上下班要排放多少千克二氧化碳?



第2节 北京五日游

活动演练

活动背景

快放暑假了,小明期待着假期与爸妈参加“北京五日游”。爸爸妈妈把这个旅游计划的设计任务交给了小明。你能帮小明设计一个旅游计划吗?

活动内容

搜集北京的旅游景点,了解可以乘坐的交通工具和交通时刻表,细化活动方案,做好经费预算。

活动过程

1. 讨论计划去哪些旅游景点。
2. 选择合适的交通工具。
3. 讨论全家5天的活动安排,填写北京五日游活动计划表。

细化活动方案

下面是小明设计的一个旅游计划,请把你设计的旅游计划与小明的进行比较,看看各有什么优点和不足,如何改进。

北京五日游行程

日期	行程	交通工具	住宿	其他
第一天	乘晚上 9:00 的火车前往北京	出租车 火车	火车	
第二天	1. 早晨 7:00 到达北京		宾馆	吃北京烤鸭
	2. 入住酒店(三人间)	出租车		
	3. 游览天安门广场,参观毛主席纪念堂和故宫博物院,游览景山公园,逛王府井大街	公交车 地铁		
第三天	1. 游览八达岭长城	火车	宾馆	吃涮羊肉
	2. 游览鸟巢、水立方、奥林匹克公园	出租车		
第四天	1. 游览天坛公园	地铁	火车	吃北京小吃
	2. 游览颐和园,参观军事博物馆	地铁		
	3. 乘晚上 9:00 火车返程	地铁 火车		
第五天	早晨 8:00 到家	出租车		

1. 研读小明设计的出行计划。
2. 对比自己设计的计划,提出改进意见或建议。



经费用预算

合理预算费用,并进行互联网查询。

北京五日游费用预算(单位:元)

火车票	住宿	餐饮	市内交通	景点门票	其他	合计
成人 260×4 学生 130×2	300×2	300×3	80×3	成人 280×2 学生 150	购物 500	4250

1. 研读小明的费用预算表。
2. 比较自己设计的费用预算表,说出优点和不足。
3. 了解更多信息。

上网查阅旅游信息,了解更多旅游中意想不到的细节和注意事项,从而减少外出时不必要的消费和可能遇到的麻烦。

活动总结

1. 设计活动方案时,要考虑好景点的先后顺序和每次转移时可选择的变通工具。
2. 进行旅游费用预算时,有些是确定的,有些是不确定的,成人和儿童也是不同的,要合理控制预算开支,做到心中有数。

活动探究

亮亮的爸爸想带全家(三口人)自驾车去北京旅游。通过调查,自驾车可能产生的费用如下:

从家到北京大约1000km,汽车每百千米耗油9升,每升汽油7元,单程的路桥费是300元。
住宿:三人间是190元每天
餐费:70元/天/人
门票费:200元/人

自驾车行程:第一天上路,当天晚上到北京,第二、三天游玩,第四天返回。亮亮全家大约要准备多少元?

第3节 邮票中的数学问题

活动演练

活动背景

你寄过信吗? 见过下面这些邮票吗?



小提示

普通邮票由于面值种类齐全,可适用于各种邮政业务。

除了普通邮票外,国家还发行一些纪念邮票。纪念邮票由于印刷精美,发行量小,所以有收藏价值。



活动内容

了解邮票相关知识,调查与邮政相关的费用,探究合理的邮资支付方式。

活动准备

1. 学习有关邮票的知识,可以借助专业图书或网络。
2. 调查邮政资费的相关资料。

活动过程

1. 调查邮政相关费用。

业务种类	计费单位	资费标准/元	
		本埠资费	外埠资费
信函	首重 100g 内,每重 20g(不足 20g 按 20g 计算)	0.80	1.20
	续重 101~2000g 每重 100g(不足 100g 按 100g 计算)	1.20	2.00

2. 关于邮政资费说明。

(1)本埠是指本地;外埠是指外地。

(2)不超过 100g 的信函,若寄往本地,每 20g 收取 0.80 元(不足 20g 按 20g 计算);若寄往外地,每 20g 则收取 1.20 元(不足 20g 按 20g 计算)。

(3)超过 100g 的信函,前 100g 按(2)中的资费标准计费,超过 100g 的部分,若寄往本地,每 100g 收取 1.20 元(不足 100g 按 100g 计算);若寄往外地,每 100g 则收取 2.00 元(不足 100g 按 100g 计算)。

(4)信函质量不得超过 2000g。

确定邮费

解决教材第 109 页问题。



1. 理解题意:信件 45g, 邮寄外地, 问怎样贴邮票。

2. 规范解答。

$$45 \div 20 = 2(\text{个}) \cdots 5(\text{g}) \quad 1.20 \times (2+1) = 3.60(\text{元})$$

可以贴 3 枚面值 1.20 元的邮票。

探究邮资的合理支付方式

解决教材第 110 页问题。

(1)如果邮寄不超过 100g 的信函,最多只能贴 3 枚邮票,只用 80 分和 1.2 元的邮票能满足需要吗? 如果不能,请你再设计一枚邮票,看看多少面值的邮票能满足需要。

(2)如果想最多只用 4 种面值的邮票,就能支付所有不超过 400g 的信函的资费,除了 80 分和 1.2 元两种面值,你认为还需要增加什么面值的邮票?

1. 解决问题(1)。

不超过 100g 的信函所需支付的各种邮资情况如下表。

小提示

通常情况下,选择邮票枚数较少的贴法。



质量 / g 资费 / 元 目的地	1~20	21~40	41~60	61~80	81~100
本埠	0.80	1.60	2.40	3.20	4.00
外埠	1.20	2.40	3.60	4.80	6.00

仅用 80 分和 1.20 元的邮票(最多只能贴 3 枚)可以支付的邮资有 0.80 元、1.60 元、2.40 元、3.20 元、1.20 元、3.60 元,不能支付 4.00 元、4.80 元、6.00 元。需要再设计一枚邮票。

根据不能支付的最高资费是 6.00 元及最多可贴 3 枚邮票,可以确定增加的邮票的最大面值应不小于 $6.00 \div 3 = 2.00$ (元)。

$$\begin{aligned}
 4.00 &= 2.00 \times 2 & 4.00 &= 2.40 \times 1 + 0.80 \times 2 & 4.00 &= 4.00 \times 1 \\
 4.80 &= 2.00 \times 2 + 0.80 \times 1 & 4.80 &= 4.00 \times 1 + 0.80 \times 1 & 4.80 &= 2.40 \times 2 \\
 6.00 &= 2.00 \times 3 & 6.00 &= 2.40 \times 2 + 1.20 \times 1 & 6.00 &= 4.00 \times 1 + 1.20 \times 1 + 0.80 \times 1
 \end{aligned}$$

所以增加的邮票面值可以为 2.00 元、2.40 元或 4.00 元。

规范解答:增加的面值可以为 2.00 元、2.40 元或 4.00 元。

2. 解决问题(2)。

先确定不超过 400g 的信函所需支付的各种邮资情况,再确定哪些邮资可以直接用 80 分和 1.20 元的邮票支付,哪些邮资不能,最后设计邮票的面值。

规范解答:不超过 400g 的信函所需支付的各种邮资情况如下表。

质量 / g 资费 / 元 目的地	1~20	21~40	41~60	61~80	81~100	101~200	201~300	301~400
本埠	0.80	1.60	2.40	3.20	4.00	5.20	6.40	7.60
外埠	1.20	2.40	3.60	4.80	6.00	8.00	10.00	12.00

各种邮资中,只用 80 分和 1.20 元的邮票不能支付的邮资有 5.20 元、6.40 元、7.60 元、6.00 元、8.00 元、10.00 元和 12.00 元。

根据不能支付的最高资费为 12.0 元及最多可贴 4 枚邮票,可以确定增加的邮票最大的面值应不小于 $12.00 \div 4 = 3.00$ (元)。因此可以增加一枚面值是 4.00 元的邮票。(答案不唯一,合理即可)

活动总结

1. 普通邮票适用于邮政业务,纪念邮票具有收藏价值。
2. 邮政部门发行邮票时,会从经济、合理、方便及实用的角度进行考虑,确定合理的邮票面值组合。

活动探究

把一封信寄往本地,支付了邮资 2.40 元。已知寄往本地的信(不超过 100g),每重 20g(不足 20g 按 20g 计算)需付邮资 0.80 元。这封信最轻、最重分别是多少克?



第4节 有趣的平衡

活动演练

活动内容

体会杠杆原理,探究平衡规律。

活动准备

长约 1m 的粗细均匀的竹竿、棋子若干、装棋子的塑料袋(要完全一样)、细绳、记录本、笔等。

活动过程

1. 制作实验用具:选一根粗细均匀的竹竿(长大约是 1m,不要超过 1m),在中点的位置打个小孔并拴上绳子,然后从中点开始每隔 8cm 做一个记号(可以刻一个小槽),这样一个简易的杠杆就制作完成了。

2. 探索特殊条件下竹竿保持平衡的规律。

(1)如果塑料袋挂在竹竿左右两边刻度相同的地方,怎样放棋子才能保证平衡?

①尝试实验:把两个塑料袋分别挂在竹竿左右两边刻度相同的地方,尝试在左右两边的塑料袋里放棋子,整理记录如下。

左边的棋子数/个	1	2	3	4	5
右边的棋子数/个	1	2	3	4	5

②实验发现:从上面的数据中可以得出,左右两边的棋子数量是相同的。

③实验总结:如果塑料袋挂在竹竿左右两边刻度相同的地方,放相同数量的棋子才能保证平衡。

(2)如果左右两个塑料袋放入同样多的棋子,它们移动到什么样的位置才能保证平衡?

①尝试实验:在两个塑料袋里放入同样多的棋子。尝试把塑料袋分别挂在竹竿两侧不同的位置,来回移动塑料袋的位置,使竹竿保持平衡,记录数据如下。

左刻度	1	1.5	2	4	5
右刻度	1	1.5	2	4	5

②实验发现:塑料袋在左右两侧的刻度相同。

③实验总结:如果左右两个塑料袋里放入同样多的棋子,那么它们移动到距离中点距离相等的位置时,才能保持平衡。

3. 探索一般条件下竹竿保持平衡的规律。

(1)左边的塑料袋在刻度 3 上,放 4 个棋子,右边的塑料袋在刻度 4 上,放几个才能保证平衡?

①尝试实验:先把左边的塑料袋放在刻度 3 上,放 4 个棋子,再把右边的塑料袋放在刻度 4 上,看看放几个棋子才能保证平衡。

②实验发现:右边的塑料袋放 3 个才能保证平衡。

③实验总结:左边的刻度 $3 \times$ 棋子数量 $4 =$ 右边的刻度 $4 \times$ 棋子数量 3

(2)如果左边的塑料袋在刻度 6 上放 1 个棋子,右边的塑料袋在刻度 3 上放几个呢? 在刻度 2 上呢?

①尝试实验:先把左边的塑料袋放在刻度 6 上,放 1 个棋子,再把右边的塑料袋放在刻度 3 上,看看放几个棋子才能保证平衡。



②实验发现:右边的塑料袋放在刻度3上,放2个棋子,竹竿平衡;如果放在刻度2上,放3个棋子竹竿平衡。

③实验总结。

左边的刻度 $6 \times$ 棋子数量 $1 =$ 右边的刻度 $3 \times$ 棋子数量 2

左边的刻度 $6 \times$ 棋子数量 $1 =$ 右边的刻度 $2 \times$ 棋子数量 3

发现要使竹竿保持平衡,必须满足“左边的刻度数 \times 左边所放的棋子数 $=$ 右边的刻度数 \times 右边所放的棋子数”。

► 建构模型,体验反比例关系

1. 尝试实验:左边在刻度4上放3个棋子并保持不变,右边的塑料袋分别放在刻度1、2、3、4、6的位置上,要使竹竿保证平衡,所放棋子数情况记录如右表。

右刻度	1	2	3	4	6
所放棋子数/个	12	6	4	3	2
乘积	12	12	12	12	12

2. 实验发现:只要右边的刻度数 \times 右边的棋子数 $= 12$,竹竿就能保证平衡。

3. 实验总结:在左边的刻度数与左边的棋子数乘积不变的情况下,右边的刻度数增加,棋子数反而减少,刻度数减少,棋子数反而增加,但它们的乘积不变,从而得出右边的刻度数和棋子数成反比例关系。

► 活动总结

竹竿平衡,在左边的刻度数与左边的棋子数乘积保持不变的条件下,右边的刻度数和所放棋子数成反比例关系。

► 活动探究

星期天,爸爸带小明和妹妹到公园去玩跷跷板,小明体重44kg,妹妹体重35kg。如果能让跷跷板两边平衡,你能想出几种办法?

综合与实践专项演练

(时间:60分钟 分数:_____)

一、张红今年11周岁,身高1.51m。最近她要和爸爸妈妈从北京到南京去旅游三天(住宿两天),现有两种方案可供选择。(20分)

方案一:参加旅行社去旅游。

南京三日游
成人:1100元/人
16岁以下儿童:800元/人(含食宿费用)

方案二:自己乘火车去旅游。

火车票	单程:254.5元/人(身高1.2~1.5m的儿童享受半价票)
住宿	三人间:150元/日
吃饭	每人每天80元
交通	每天大约共需50元

算一算,每种方案各需要多少元?



二、兄弟俩在玩跷跷板,哥哥体重 30kg,坐的地方距支点 10dm,弟弟体重 20kg,他坐的地方距支点多远才能保证跷跷板平衡?(20 分)

三、某市居民用电的电价是 0.52 元/千瓦时。安装分时电表实行峰谷电价后,收费标准修改如下。

分段	峰时 (8:00 ~ 21:00)	谷时 (21:00 ~ 次日 8:00)
每千瓦时 电价/元	0.55	0.35

小刚家一个月大约用电 150 千瓦时,谷时用电量是峰时用电量的 $\frac{2}{3}$ 。安装分时电表前,每月电费大约是多少元? 安装分时电表后呢?(20 分)

四、强强的信重 231g,寄给外地打工的爸爸,需要付邮资多少元? 除了用 2 元的邮票外,还需要增加多少面值的邮票?(一件信函最多

可以贴 4 枚邮票)(20 分)

业务种类	计费单位	资费标准/元	
		本埠资费	外埠资费
信函	首重 100g 内,每重 20g(不足 20g 按 20g 计算)	0.80	1.20
	续重 101~2000g 每重 100g(不足 100g 按 100g 计算)	1.20	2.00

五、目前某市汽车保有量是 28 万辆,如果每辆汽车平均每天行驶 20km,平均每千米排放二氧化碳 170g。这个城市如果实行单双号限行,按照每天约有一半的汽车停止运行来计算,一年(365 天)二氧化碳的排放量约减少多少万吨?(20 分)

期末测试

(时间:90 分钟 分数:_____)

一、填空题。(16 分)

1. 2020 年末某市的信息:市区总人口 3176000 人、土地面积 325000000m²,生产总值 75630000000 元。

根据以上信息填空。

(1)把总人口数改写成用“万”作单位的数是()万人。

(2)土地面积为()公顷。

(3)生产总值省略“亿”位后面的尾数约是()亿元

2. 3.2dm³=()L()mL

1t50kg=()t

3. ()÷12= $\frac{6}{()}$ =9:6=()%=

()(填小数)

4. 在上个月的社会实践活动中,学校买了一些红山动物园的参观券,号码为 K0310~K0322,现要拿 3 张连号的券,一共有()种不同的拿法。

5. 仔细观察下面的表格:用一个等式表示 s 与 n 之间的关系是 $s=()$ 。当 $n=100$ 时, $s=()$ 。

n	1	2	3	4	...
s	1	1+3	1+3+5	1+3+5+7	...

6. 小明在一次测试中语文、数学和英语三科的平均分是 a 分,语文和数学共得了 b 分,英语得了()分。

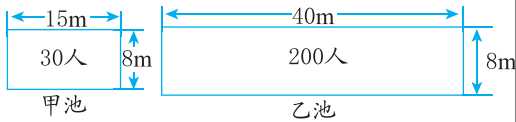


7. 一套连环画共 12 本,每本的单价都相同。五一期间,新华书店与图书大厦出售这套书时采取了不同的促销方法:新华书店打八折,图书大厦每买 3 本送 1 本。如果买一套书,到()买比较便宜。
8. 规定“ \triangle ”是一种新的运算符号, $a\triangle b$ 表示 $2a-b$ 。例如, $4\triangle 3=2\times 4-3=5$,那么 $9\triangle 6=()$ 。

二、判断题。(6 分)

- 把 10 根短绳打结连起来,变成一根长绳,可以得到 10 个结。()
- A 是 B 的 $\frac{1}{5}$,则两个数的最大公因数是 B 。()
- 如果 $a\times b=1.2\times 7$,那么 $a:b=1.2:7$ 。()
- 一件商品打八折出售,就是便宜 80%。()
- 把 120 平均分成 3 份,就是按 1:1:1 的比进行分配。()
- 若 $ab-8=12.5$,则 a 与 b 成反比例。()

三、选择题。(5 分)

- 比较下面甲、乙两个游泳池的拥挤程度,结果是()。


甲池 乙池

A. 甲池拥挤 B. 乙池拥挤
C. 两池一样拥挤 D. 无法比较
- 在长为 a m、宽为 b m($a>b$)的长方形中剪去一个最大的正方形,剩下的面积是() m^2 。
 A. b^2 B. ab C. $(a-b)b$ D. $2a$
- 把 1L 水倒入容量为 220mL 的纸杯中,最多可以倒满()杯。
 A. 3 B. 4 C. 5 D. 6
- 下面错误的是()。
 A. 0 既不是正数,也不是负数
 B. 1 既不是质数,也不是合数
 C. 假分数的倒数不一定是真分数
 D. 角的两边越长,角就越大
- 五一期间,商场为促销开始打折,设商品

的原价是 a 元,打 m 折后的售价是()元。

A. am B. $0.1am$ C. $am\%$ D. $(1-m)a$

四、计算题。(23 分)

1. 直接写得数。(3 分)

$$0.24 \div 0.6 = \quad \frac{5}{6} \times 1.2 =$$

$$16 \div 20\% = \quad \frac{3}{8} - \left(\frac{3}{8} - \frac{1}{7} \right) =$$

$$12 \div 0.25 \div 4 = \quad 4.8 \div (0.4 + 1.2) =$$

2. 求未知数 x 。(8 分)

$$x - 35\%x = 5.2 \quad 12 : x = \frac{2}{1.5}$$

$$\frac{2}{3}x - \frac{1}{4} \times 7 = \frac{7}{2} \quad \frac{1}{4}x + \frac{1}{3}x = 1.4$$

3. 计算下面各题,能简算的要简算。(12 分)

$$3.4 \div [(1.25 + 0.45) \times 23]$$

$$\frac{7}{8} \times \frac{12}{13} + \frac{7}{8} \div 13$$

$$(42 \times 29 + 71 \times 42) \div 35$$

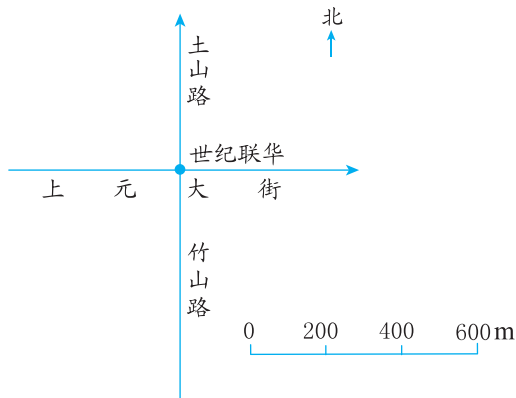
五、动手操作。(15 分)

1. 在上底为 4cm、下底为 6cm 的梯形中画一条线段,把梯形分成面积相等的两部分。(画出三种分法)(3 分)



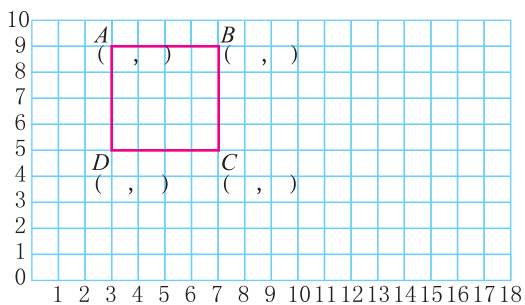


2. 下面是某市世纪联华超市附近的平面图, 仔细观察, 填一填, 画一画。(6分)



- (1) 若从世纪联华往北走 50m, 记作 +50m, 那么从世纪联华往南走 150m, 记作()m。
- (2) 幼儿园在世纪联华南偏东 60° 方向 400m 处, 请在图中标出幼儿园的位置。
- (3) 金箔路与上元大街平行, 并垂直于竹山路, 距上元大街 500m, 请在图中画出金箔路的位置。

3. 看看、想想、做做、画画。(6分)



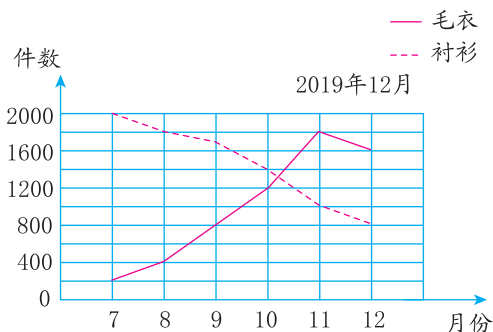
- (1) 请在图中用数对表示出正方形四个顶点的位置。
- (2) 在这个正方形内画一个最大的圆, 并画出这个组合图形的所有对称轴。
- (3) 将原正方形先向右平移 5 格, 再向下平移 2 格, 请画出平移后的正方形。

六、解决问题。(35分)

1. 在某次捐款活动中, 科学园小学五、六年级同学共募捐善款 2800 元, 其中五年级募捐的款项是六年级的 $\frac{3}{4}$, 五、六年级各募捐善款多少元? (用方程解)(5分)
2. 有一个高是 10cm、底面直径是 8cm 的圆柱形水杯(数据均从杯子内部测量), 这个水杯能装下 500mL 牛奶吗? (6分)
3. 用一辆卡车运矿石, 晴天每天可运 16 次, 雨天每天只能运 11 次, 它一连运了 17 天, 共运了 222 次, 你能计算出这些天中有几天下雨吗? (6分)
4. 西山公园的形状是一个圆, A、B 两点是这个圆的直径的两个端点, 甲从 A 点出发, 乙从 B 点出发, 沿着圆周相向而行, 两人在 C 点相遇。已知 A、C 两点在圆周上的距离是 200m, 甲的速度是乙的 $\frac{2}{5}$, 圆的直径大约是多少米? (得数保留一位小数)(6分)



5. 某百货商店毛衣、衬衫销售情况统计图如下。(12分)



- (1) 根据统计图, 完成下面的统计表。

某百货商店毛衣、衬衫销售情况统计表

2019年12月

件数 \ 月份	7	8	9	10	11	12
品种						
毛衣						
衬衫						

- (2) 衬衫 12 月份比 11 月份少售出百分之几?

- (3) 平均每个月售出毛衣多少件?

毕业会考模拟卷 (A 卷)

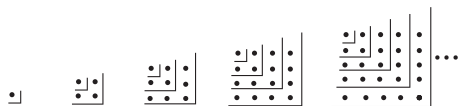
(时间: 90 分钟 分数: _____)

一、仔细想, 认真填。(每空 1 分, 共 16 分)

- 由 7 个亿、5 个千万、4 个万、6 个千组成的数是(), 省略“亿”位后面的尾数约是()亿。
- $\frac{3}{10}$ 时 = () 分 $200\text{m}^2 = ()$ 公顷
- $\frac{3}{4} = 12 : () = () \%$
- $0.4 : 1.6$ 的比值是(), 如果前项加上 0.8, 要使比值不变, 后项应加上()。
- 六(1)班的一次数学测试平均分是 93 分, 如果把 96 分记作 +3 分, 则 89.5 分应记作()分。
- 在 π 、-3、 $\frac{10}{3}$ 和 31.4% 中, 最大的数是()。
- 一座长 3200m 的大桥, 一列火车通过时, 每分钟行驶 800m, 从火车头上桥到车尾离开

共用 4.5 分钟, 这列火车长()m。

- 有两堆煤, 如果甲堆质量的 $\frac{2}{3}$ 正好等于乙堆质量的 $\frac{3}{5}$, 那么甲、乙两堆煤的质量比是()。
- 在比例尺是 1 : 6000000 的地图上, 量得甲、乙两地间的距离是 6cm。一辆汽车上午 9 时以每小时 45km 的速度从甲地开往乙地, 到达乙地的时间是()。
- 下图中第四个图形有()个点子, 第五个图形有()个点子。如果某个图形每边上的点子数用 a 表示, 则这个图形的点子总数可以表示为()。



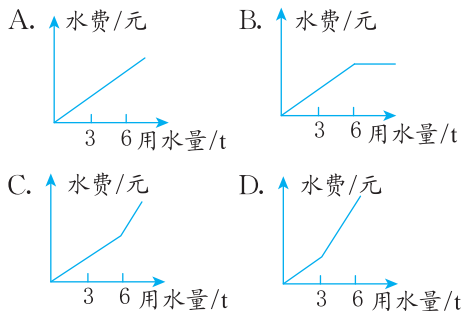


二、小法官巧判断。(每题1分,共6分)

- 把43个乒乓球装进8个袋子里,其中总有一个袋子至少要装6个球。()
- 种了98棵树,全部成活,成活率是98%。()
- 甲班人数的 $\frac{2}{3}$ 一定比乙班人数的 $\frac{1}{2}$ 多。()
- 一个平行四边形,相邻两条边的长度分别是8cm和6cm,量得它一条边上的高是7cm,这个平行四边形的面积是 56cm^2 。()
- 一瓶饮料500mL,其中橙汁与水的比是1:4,小红喝去了一半后,剩下的饮料中,橙汁占20%。()
- 用8个体积是 1cm^3 的小正方体拼成一个大正方体,从中拿出一个小正方体后,表面积不变。()

三、精挑细选ABC。(每题2分,共12分)

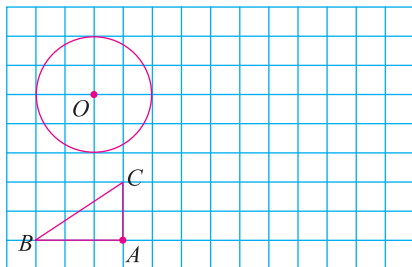
- $4 \times 28 \times 25 = 28 \times (4 \times 25)$,这是运用了()。
A. 乘法分配律
B. 乘法交换律
C. 乘法结合律
D. 乘法交换律和乘法结合律
- 5支装的一盒钢笔共70元,小张买了4盒,他付给售货员300元。他买了多少支钢笔?解决问题需要用到的信息是()。
A. 5支、70元、4盒、300元
B. 70元、4盒、300元
C. 5支、70元
D. 5支、4盒
- 丁丁在一次解方程时把 $4(x+6)=A$ 错写成了 $4(x+9)=A$,则计算的结果比原来()。
A. 增加了3
B. 减少了3
C. 增加了12
D. 减少了12
- 某市规定每户每月用水量不超过6t时,每吨水价格为4.5元;当用水量超过6t时,超过部分每吨价格为5元。下图中能正确表示每月水费与用水量关系的是()。



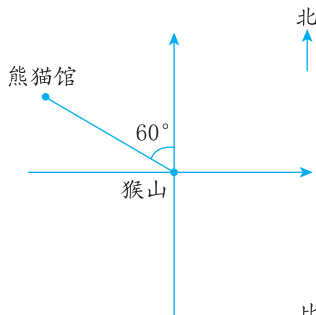
- 赵伟家的客厅长6m,宽4.8m。计划在地面上铺方砖,要求都用整块的方砖,且恰好铺满。方砖的边长可以是()。
A. 50cm
B. 60cm
C. 80cm
D. 100cm
- 一个直角三角形,如果两个锐角的度数比是1:8,那么这个三角形中最小的锐角是()。
A. 40°
B. 20°
C. 10°
D. 30°

四、观察思考,动手操作。(第1、2题分别是4分、6分,共10分)

- 下图中每个小方格的边长都是1cm。



- 把圆O向右平移3格,画出平移后的圆O'。
 - 把三角形ABC绕A点顺时针旋转 90° ,画出旋转后的三角形A'B'C'。
- 看图回答问题。



比例尺1:6000



(1) 熊猫馆在猴山()偏()
()方向()m处。

(2) 蛇馆在猴山南偏西 45° 方向 150m 处。
在图中标出它的位置。

五、计算训练营。(第 1、2、3 题分别是 4 分、4 分、15 分,共 23 分)

1. 直接写得数。

$$\frac{6}{5} \times 15 =$$

$$\frac{2}{7} \div \frac{8}{11} =$$

$$8 \times 3.14 =$$

$$1 - \frac{1}{3} \times \frac{3}{7} =$$

$$\frac{2}{3} \div \frac{4}{9} =$$

$$1 \div 50\% =$$

$$0.6^2 =$$

$$6 \times \frac{1}{2} \div \frac{1}{4} =$$

2. 解方程。

$$\frac{2}{9}x + \frac{1}{6}x = \frac{7}{9}$$

$$\frac{3}{4} - \frac{2}{5}x = \frac{1}{8}$$

3. 计算下面各题,能简算的要简算。

$$2020 - 945 \div 27 \times 36$$

$$0.4 \times 8 \times 0.25 \times 1.25$$

$$\frac{8}{13} - \frac{5}{7} + \frac{6}{13} - \frac{2}{7}$$

$$\left(\frac{5}{8} + \frac{1}{27}\right) \times 8 + \frac{19}{27}$$

$$\frac{9}{20} \div \left[\frac{3}{4} \times \left(\frac{2}{5} + \frac{1}{3}\right)\right]$$

六、解决问题。(第 1、2、3、4 题每题 4 分,第 5 题 5 分,第 6 题 12 分,共 33 分)

1. 某部队给灾区人民运送救灾物资,用大卡车每次能运 68t,46 次才能运完,现在改用集装箱运送,每次运 136t,运完这些物资需要多少次?(用比例解答)

2. 王老师要买 60 个足球,三个店的足球的单价都是 25 元,你认为王老师到哪个店买最合算?

甲店:每买 10 个送 2 个

乙店:打八折销售

丙店:购物每满 200 元,返现金 30 元

3. 王红买了一听饮料,侧面有“净含量 320mL”的字样,从饮料罐外面量,底面直径是 6cm,高是 1.2dm。易拉罐的体积有多大? 这家生产商是否欺骗消费者?



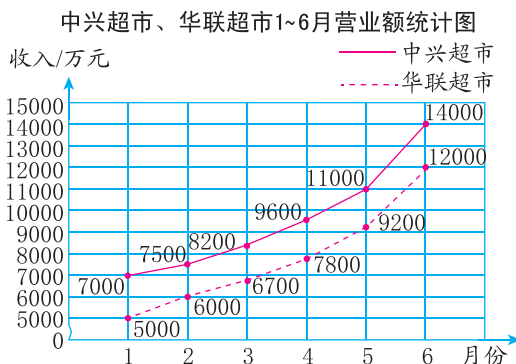
4. 两年前,小芳将 500 元压岁钱存入银行,存期两年,年利率 2.50%。今年到期时,小芳准备用得到的利息购买下面的书包,钱够不够?



原价50.00元
八五折

5. 一个圆锥形沙堆的底面积是 25.12m^2 ,高是 3.6m,把这些沙子铺在 10m 宽的马路上,铺 2cm 厚,能铺多长?

6. 请你根据下面的统计图解决问题。



- (1) 华联超市上半年的营业额是多少万元?
- (2) 中兴超市上半年平均每个月的营业额是多少万元?
- (3) 华联超市 3 月份的营业额比 6 月份约少百分之几?(百分号前保留一位小数)

毕业会考模拟卷 (B 卷)

(时间:90 分钟 分数:_____)

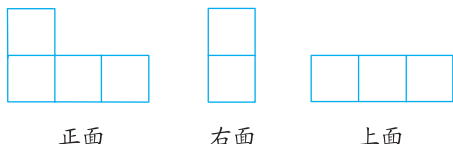
一、仔细想,认真填。(每空 1 分,共 20 分)

1. 2020 年五一小长假期间,某市共接待游客 5876400 人次,改写成用“万”作单位的数是()人次,旅游总收入五十一亿四千九百零二万元,写作()。
2. $\frac{2}{3}$ 时=()分
 $5020\text{cm}^3=()\text{dm}^3$
3. () $\div 15 = 6 : 10 = \frac{15}{()} =$

- ()%=()成=()(填小数)
4. 把一个边长 20cm 的正方形拉成平行四边形后,它的面积减少 80cm^2 ,这个平行四边形的高是()cm。
5. 东沟村种植的柳树与梧桐树棵数的比是 5 : 8,柳树的棵数比梧桐树少()%,梧桐树的棵数比柳树多()%。
6. 把 6 个棱长 1cm 的正方体拼成一个长方体,长方体的表面积最小是() cm^2 。
7. 用一些 1cm^3 的小正方体摆成一个立体图



形,从正面、右面和上面看到的图形如下图:



这个立体图形的表面积是() cm^2 ,体积是() cm^3 。

8. 先把一个半径为 $a\text{cm}$ 的圆平均分成很多很多份,再把这扇形拼成一个近似的长方形。拼成的近似的长方形的长是() cm ,面积是() cm^2 。
9. 学校航模组制作了一架遥控飞机,下面是这架飞机前 6 次试飞情况的记录表:

次数	1	2	3	4	5	6
飞行高度/m	32	38	26	55	43	58

这架遥控飞机前 6 次飞行的平均高度是() m 。如果前 7 次平均飞行高度是 43 m ,那么第 7 次试飞的高度是() m 。

10. 照下面这样一层一层地拼摆下去,摆完第 100 层一共要用()个小正方形。

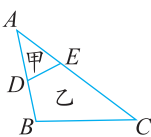


二、小法官巧判断。(每题 1 分,共 5 分)

1. 钟面上 9:30,时针和分针形成一个 95° 的钝角。()
2. 小伟做种子发芽试验,发芽了 17 粒,剩下的 3 粒没有发芽,发芽率是 85%。()
3. 甲班人数的 60% 比乙班人数的 60% 多,甲班人数一定比乙班人数多。()
4. 某食品保质期是 6 个月,生产日期是 2020 年 5 月 1 日,2020 年 10 月底前食用即可。()
5. 把分数 $\frac{A}{B}$ (A, B 都不等于 0) 的分子加上 2A,分母乘 3,这个分数的大小不变。()

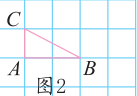
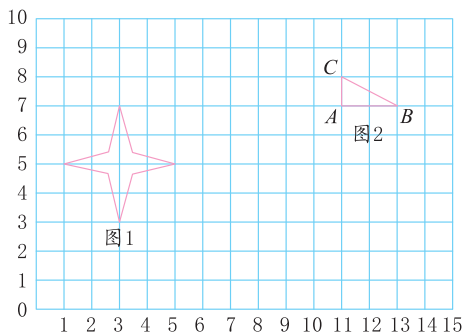
三、精挑细选 ABC。(每题 2 分,共 10 分)

1. 某小学今年一年级招收新生 556 人,按每班 45~50 人计算,至少要安排()个班级。
A. 11 B. 12 C. 13 D. 14
2. 已知 $a = b \times \frac{5}{6}$ ($a \neq 0$),下面()是错误的。
A. a 比 b 少 $\frac{1}{6}$ B. b 比 a 多 $\frac{1}{5}$
C. b 比 a 多 $\frac{1}{6}$ D. b 比 a 多 20%
3. 下面()是正确的。
A. 今年的水稻比去年增产一成,表示今年的水稻比去年增产 10%
B. 一种商品打六折出售,就是按原价的 6% 出售
C. 在 100g 水中加入 2g 盐,这种盐水的含盐率是 2%
D. 打七折就是降低原价的 70% 出售
4. 下面()中的两种量成反比例关系。
A. 汽车的速度一定,行驶的时间和路程
B. 商品的数量一定,商品的单价和总价
C. 三角形的面积一定,它的底和高
D. 圆柱的体积一定,它的高和底面半径
5. 如右图,在三角形 ABC 中, $AD = DB$, $AE : EC = 2 : 3$,甲、乙两部分的面积比是()。
A. 1 : 3 B. 1 : 4 C. 2 : 5 D. 2 : 3

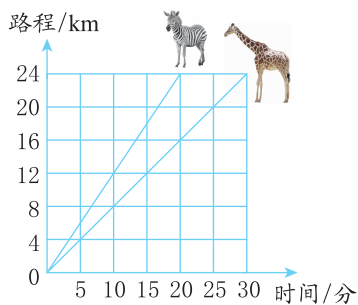


四、观察思考,动手操作。(第 1 题 8 分,第 2 题 6 分,共 14 分)

1. 按要求画图。
(1)画出图 1 的一条对称轴。
(2)图 2 是一个直角三角形,如果用数对 (11, 7) 表示 A 点的位置,那么 B 点在(,), C 点在(,)
(3)画出图 2 向左平移 4 格后的图形。
(4)画出图 2 按 3 : 1 的比放大后的图形。



2. 下面的图象表示斑马和长颈鹿的奔跑情况, 看图回答下列问题。



- (1) () 分钟时它们相距 8km。
 (2) 斑马和长颈鹿的速度之比是()。

五、计算训练营。(第 1、2、3 题分别是 4 分、12 分、6 分, 共 22 分)

1. 直接写得数。

$$\begin{aligned} 1-1\% &= & 8.5-2\div\frac{4}{5} &= \\ 4.3\div 10\% &= & 0.3^3 &= \\ 1-\frac{1}{4}+\frac{3}{4} &= & \frac{4}{13}\times 9-1 &= \\ \frac{9}{25}\div\frac{3}{5} &= & \frac{3}{4}\times 3\div\frac{3}{4}\times 3 &= \end{aligned}$$

2. 计算下面各题, 能简算的要简算。

$$35\times 40+630\div 18 \quad (6-1.3\times 4)\div 0.1$$

$$3.8\times 97+0.38\times 30 \quad \frac{7}{4}\times\frac{5}{8}+\frac{1}{4}\div\frac{8}{5}$$

$$\frac{5}{6}\div\left[\frac{1}{2}\times\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)\right] \quad \frac{3}{7}-\frac{2}{5}+\frac{4}{7}-\frac{3}{5}$$

3. 解方程。

$$\frac{2}{3}x-\frac{1}{4}x=\frac{3}{10} \quad \frac{1}{2}:x=\frac{1}{6}:\frac{2}{5}$$

六、解决问题。(第 1 题 5 分, 第 2、3、4、5 题每题 6 分, 共 29 分)

1. 甲、乙两地间的公路长 696km, 一列客车和一列货车分别从两地同时开出, 相向而行, 经过 4.8 小时相遇, 客车每小时行驶 75km, 货车每小时行驶多少千米?



2. 一堆煤,第一天运走的质量与总质量的比是 $1:4$,第二天运走 4.5t 后,两天正好运走了总质量的 $\frac{1}{3}$ 。这堆煤有多少吨?



考试加油站 5

3. 这学期快结束了,王老师去买奖品,7 本日记本比 1 本故事书多用了 18 元,已知一本故事书的价钱正好是一本日记本价钱的 3 倍,日记本和故事书的单价各是多少元?



考试加油站 6

4. 两个工程队合作开凿一条 2.7km 长的隧道。根据工程情况,预计甲队每天能完成 $40\sim 60\text{m}$,乙队每天能完成 $50\sim 75\text{m}$ 。如果两队分别从两端同时开工,挖通至少需要多少天? 如果把工程放在 7 月份,可以保证在这个月内全部完成吗?

5. 叔叔家有一个长方体的鱼缸,长 8dm ,宽 4dm ,高 6dm 。鱼缸里原来有一些水(如图 1),放入 4 个同样大的彩球(如图 2)后,水面上升了 5cm 。求每个彩球的体积是多少立方厘米。

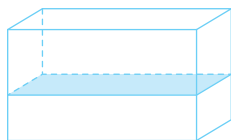


图 1



图 2



考试加油站 7



微信扫码, 立即获取

★数学知识专题讲解

★名师1对1在线辅导

更有学习资料可以领取



本书习题参考答案

一 负数

第1节 生活中的负数

变式练一练

-155 和 -300 相比, -155 大。 $300-155=145(\text{m})$

答:A 地海拔高, 高 145m。

举一反三做一做

(1)周一: $100+49=149(\text{册})$ 周二: $100+0=100(\text{册})$

周三: $100-4=96(\text{册})$ 周四: $100-28=72(\text{册})$

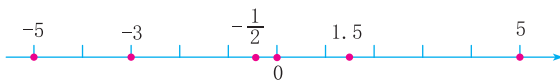
周五: $100+8=108(\text{册})$

(2) $(149+100+96+72+108)\div 5=105(\text{册})$

答: 平均每天借出图书 105 册。

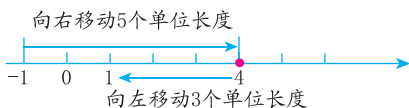
第2节 在直线上表示数

变式练一练



举一反三做一做

-1



第一单元演练

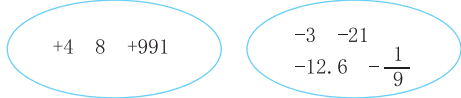
一、1. 正数 负数 正数 0 负数

2. 二点七 负二分之一 3. $+2\text{cm}$ -5cm

4. $+3$ -6 5. -9 -3 6. 9

二、1. B 2. A 3. A 4. B 5. C 6. A

三、正数 负数



四、提示: 先把分数改写成小数, 再找点。每个单位长度表示 1。

五、1. 提示: 根据正、负数的意义描述。

2. (1) $(32+33+37+36+34+38)\div 6=35(\text{kg})$

答: 他们的平均体重是 35kg。

(2) -3 -2 $+2$ $+1$ -1 $+3$

3. (1) 钢管的直径最大是 $50+0.02=50.02(\text{mm})$, 最小是 $50-0.02=49.98(\text{mm})$ 。

(2) $50.2>50.02$, 所以不合格。

4. -2 提示: 可以采用图示法来解答。

二 百分数(二)

第1节 折扣和成数

变式练一练

解: 设这本书的原价是 x 元。

$x-80\%x=2.4$ $x=12$

或 $2.4\div(1-80\%)=12(\text{元})$

答: 这本书的原价是 12 元。

变式练一练

$400\times(1-10\%)=360(\text{千瓦时})$

答: 今年用电 360 千瓦时。

举一反三做一做

$990\div(1+10\%)\div 90\%=1000(\text{元})$

答: 原来的售价是 1000 元。

第2节 税率和利率

变式练一练

(1) $12\times 95\%=11.4(\text{万元})$

答: 打完折后, 轿车的总价是 11.4 万元。

(2) $11.4\times 10\%=1.14(\text{万元})$

答: 要缴纳车辆购置税 1.14 万元。

举一反三做一做

解: 设乙种贷款的金额是 x 万元, 则甲种贷款的金额是 $(68-x)$ 万元。

$5.5\%\times(68-x)+6\%x=3.96$ $x=44$ $68-x=24$

答: 甲种贷款的金额是 24 万元, 乙种贷款的金额是 44 万元。

第3节 用百分数知识解决问题

变式练一练

甲超市: $4+1+4+1=10(\text{个})$ $30\times 8=240(\text{元})$

乙超市: $30\times 10\times 85\%=255(\text{元})$ $240<255$

答: 到甲超市购买划算。

举一反三做一做

解: 设这件上衣的原价是 x 元。

$200+(x-200)\times 75\%=410$ $x=480$

答: 这件上衣的原价是 480 元。

★ 生活与百分数

活动探究(活动 1)

略

活动探究(活动 2)

$1000\times 2.75\%\times 3=82.5(\text{元})$

答: 小明可以捐给贫困地区的儿童 82.5 元。



第二单元演练

一、1. 180 20 2. 15 3. 八五 4. 五

5. (1) 二折 五折 三五折 四折
(2) 70% 55% 40% 80%

6. 15 7. 5499.5

二、1. \checkmark 2. \checkmark 3. \checkmark

三、1. C 2. D 3. C 4. B 5. D

四、1. $600 \times 75\% = 450$ (元)

答:打折后的售价是 450 元。

2. $2.4 \div (1 + 20\%) = 2$ (万部)

答:4 月份销售手机 2 万部。

3. $10 + 10 \times 2.75\% \times 3 = 10.825$ (万元)

答:可以得到本金和利息一共 10.825 万元。

4. $340 \div 5 \div 85\% = 80$ (元)

答:游乐园门票的原价是 80 元。

5. A 书店: $100 \times 80\% = 80$ (元)

B 书店: $100 - 19 = 81$ (元)

$80 < 81$ $81 - 80 = 1$ (元)

答:在 A 书店买更省钱,两个书店的价格相差 1 元。

6. 成本: $7 \times 1000 = 7000$ (元)

现有销售额: $11 \times (1000 \div 2) = 5500$ (元)

还亏: $7000 - 5500 = 1500$ (元)

要赚到 3450 元,则还需要销售 $3450 + 1500 = 4950$ (元)。

还剩 500kg 水果,售价为 $4950 \div 500 = 9.9$ (元)。

$9.9 \div 11 = 0.9 = 90\%$ = 九折

答:余下的水果应打九折出售。

三 圆柱与圆锥

1 圆柱

第 1 节 圆柱的认识

变式练一练

(1)是圆柱的展开图,(2)不是圆柱的展开图,(3)不是圆柱的展开图。

举一反三做一做

$12.56 \div 3.14 \div 2 = 2$ (cm)或 $9.42 \div 3.14 \div 2 = 1.5$ (cm)

答:这个圆柱的底面半径是 2cm 或 1.5cm。

提示:注意分两种不同的情况。

第 2 节 圆柱的表面积

变式练一练 1

大圆柱的侧面积: $3.14 \times 6 \times 5 = 94.2$ (cm^2)

小圆柱的侧面积: $3.14 \times 4 \times 2 = 25.12$ (cm^2)

大圆柱的两个底面积: $3.14 \times (6 \div 2)^2 \times 2 = 56.52$ (cm^2)

刷漆部分的面积: $94.2 + 25.12 + 56.52 = 175.84$ (cm^2)

答:刷漆部分的面积是 175.84 cm^2 。

提示:小圆柱的上底面和大圆柱上底面的露出部分正好组成大圆柱的上底面。

变式练一练 2

$3.14 \times (40 \div 2)^2 \times 2 = 2512$ (cm^2)

答:表面积增加 2512 cm^2 。

提示:“切成两个小圆柱”说明是横切。

举一反三做一做

$3.14 \times (4 \div 2)^2 \times 6 = 75.36$ (cm^2)

答:表面积增加 75.36 cm^2 。

第 3 节 圆柱的体积

变式练一练 1

$6.28 \div 3.14 \div 2 = 1$ (cm) $3.14 \times 1^2 \times 4 = 12.56$ (cm^3)

$12.56 \text{cm}^3 = 12.56 \text{mL}$

答:这个玻璃瓶的容积是 12.56mL。

变式练一练 2

外圆半径: $10 \div 2 = 5$ (cm) 内圆半径: $5 - 2 = 3$ (cm)

$3.14 \times (5^2 - 3^2) \times 50 = 2512$ (cm^3)

答:铸这样一根钢管需要钢材 2512 cm^3 。

举一反三做一做

圆柱的底面周长: $150.72 \div 3 = 50.24$ (cm)

圆柱的底面半径: $50.24 \div 3.14 \div 2 = 8$ (cm)

原来圆柱的体积: $3.14 \times 8^2 \times 20 = 4019.2$ (cm^3)

答:原来圆柱的体积是 4019.2 cm^3 。

2 圆锥

第 1 节 圆锥的认识

变式练一练

AB 边的边长: $2.4 \times 5 \div 3 = 4$ (cm)

以 CB 边为轴旋转时,底面半径是 4cm,高是 3cm;以 AB 边为轴旋转时,底面半径是 3cm,高是 4cm。

举一反三做一做

切面是一个等腰三角形。

$4 \times 2 \times 3 \div 2 \times 2 = 24$ (cm^2)

答:表面积增加 24 cm^2 。

第 2 节 圆锥的体积

变式练一练

$40 \div 2 \times 3 = 60$ (cm^3) 答:原来圆柱的体积是 60 cm^3 。

举一反三做一做

$6 \times 3 = 18$ (cm) 答:圆锥的高是 18cm。

第三单元演练

一、1. 36 2. 16 3. 4 12.56 4. 40 5. 15.7 47.1

6. 2.4 7. 12 8. 圆柱

二、1. \times 2. \times 3. \checkmark 4. \checkmark 5. \checkmark

三、1. A 2. C 3. C 4. B 5. B

四、1. 表面积: $3.14 \times (4 \div 2)^2 \times 2 + 3.14 \times 4 \times 8 =$



$$125.6(\text{cm}^2)$$

$$\text{体积: } 3.14 \times (4 \div 2)^2 \times 8 = 100.48(\text{cm}^3)$$

$$2. \quad 3.14 \times 3^2 \times 12 \times \frac{1}{3} = 113.04(\text{dm}^3)$$

五、1. 长: $6 \times 6 = 36(\text{cm})$ 宽: $4 \times 6 = 24(\text{cm})$ 高: 11cm
答: 这个箱子的长是 36cm , 宽是 24cm , 高是 11cm 。

$$2. \quad 2\text{cm} = 0.2\text{dm}$$

$$3. \quad 14 \times (0.2 \div 2)^2 \times (5 \times 60 \times 8) = 75.36(\text{dm}^3) = 75.36(\text{L})$$

答: 这样 5 分钟会浪费 75.36L 水。

3. 输液后瓶子里空的部分的体积是 150mL 。

$$\text{输液后瓶子里剩余的药液容积 } 200 - 2.5 \times 40 = 100(\text{mL})$$

$$100 + 150 = 250(\text{mL})$$

答: 整个吊瓶的容积是 250mL 。

$$4. \quad \text{以 } AB \text{ 边为轴 } 3.14 \times 3^2 \times 6 \times \frac{1}{3} = 56.52(\text{cm}^3)$$

$$\text{以 } BC \text{ 边为轴 } 3.14 \times 6^2 \times 3 \times \frac{1}{3} = 113.04(\text{cm}^3)$$

$$113.04 - 56.52 = 56.52(\text{cm}^3)$$

答: 以 BC 边为轴旋转得到的圆锥的体积大, 大 56.52cm^3 。

$$5. \quad (1) 15 \times 2 = 30(\text{m}^2)$$

答: 这个大棚的种植面积是 30m^2 。

$$(2) \quad 3.14 \times 2 \times 15 \div 2 + 3.14 \times (2 \div 2)^2 = 50.24(\text{m}^2)$$

答: 覆盖在大棚上的塑料薄膜大约有 50.24m^2 。

$$(2) \quad 3.14 \times (2 \div 2)^2 \times 15 \div 2 = 23.55(\text{m}^3)$$

答: 大棚内的空间是 23.55m^3 。

四 比 例

1 比例的意义和基本性质

第 1 节 比例的意义和基本性质

变式练一练

答案不唯一, 如: $0.9 : 4.5 = 1 : 5$ $0.9 : 1 = 4.5 : 5$

$$4.5 : 0.9 = 5 : 1 \quad 4.5 : 5 = 0.9 : 1$$

举一反三做一做

答案不唯一, 如: $6 : 4 = 3 : 2$ $6 : 3 = 4 : 2$

第 2 节 解 比 例

变式练一练

解: 设它的实际长度是 $x\text{cm}$ 。

$$24.92 : x = 1 : 12 \quad x = 299.04$$

答: 它的实际长度是 299.04cm 。

举一反三做一做

甲: 不对, 第二个比的后项应加上 14。

乙: 不对, 两个内项的积与两个外项的积的差一定是 0。

2 正比例和反比例

第 1 节 正 比 例

变式练一练

因为路程 : 时间 = 速度(一定), 所以行驶的路程和时间成正比例关系。

举一反三做一做

解: 设甲的起跑线后移 10m 后, 甲到终点时, 乙跑 $x\text{m}$ 。

$$100 : (100 - 10) = (100 + 10) : x \quad x = 99 \quad 100 > 99$$

答: 甲先到达终点。

第 2 节 反 比 例

变式练一练

$$16 \quad 12 \quad 8 \quad 6 \quad 4$$

成反比例关系, 每班分得皮球的个数 \times 分给班级的个数 = 皮球总数(一定), 所以分给班级的个数和每班分得皮球的个数成反比例关系。

举一反三做一做

解: 设阴影部分的面积是 $x\text{cm}^2$ 。

$$36 : 15 = x : 23 \quad x = 55.2$$

答: 阴影部分的面积是 55.2cm^2 。

3 比例的应用

第 1 节 比 例 尺

变式练一练

$$20\text{km} \quad 2.5 \quad 1 : 2000000$$

举一反三做一做

图上距离是 2.5cm

$$15\text{km} = 1500000\text{cm} \quad 2.5\text{cm} : 1500000\text{cm} = 1 : 600000$$

第 2 节 比例尺的应用

变式练一练 1

$$50000 \times 4.8 = 240000(\text{cm}) \quad 240000 \div 20000 = 12(\text{cm})$$

答: 在新地图上应该画 12cm 。

变式练一练 2

$$4 \div \frac{1}{3000} = 12000(\text{cm}) = 120(\text{m})$$

$$3 \div \frac{1}{3000} = 9000(\text{cm}) = 90(\text{m})$$

$$120 \times 90 \div 2 = 5400(\text{m}^2)$$

答: 这块土地的实际面积是 5400m^2 。

举一反三做一做

$$80\text{m} = 8000\text{cm} \quad 50\text{m} = 5000\text{cm}$$

$$16 : 8000 = 1 : 500 \quad 5000 \times \frac{1}{500} = 10(\text{cm})$$

答: 宽应当画 10cm 。



第3节 图形的放大与缩小

变式练一练

周长缩小到原来的 $\frac{1}{2}$,面积缩小到原来的 $\frac{1}{4}$ 。

举一反三做一做

$$15:5=21:x \quad x=7$$

第4节 用比例解决问题

变式练一练 1

解:设需要 x 块方砖。

$$4x=96 \times 9 \quad x=216$$

答:需要 216 块方砖。

变式练一练 2

解:设 x 秒敲完。

$$4:(3-1)=x:(11-1) \quad x=20$$

答:20 秒敲完。

举一反三做一做

解:设行完全程还需要 x 小时。

$$350:5=(490-350):x \quad x=2$$

答:行完全程还需要 2 小时。

★ 自行车里的数学

活动探究

有 8 种组合,能变化出 7 种速度。

第四单元演练

一、1. 9 24 8 2. $\frac{8}{4}=\frac{12}{6}$ 3. $4 \times 12=8 \times 6$ 3. 反

4. 6 5. 28 6. 6 3.6 7. 400 150 1:15000

二、1. \times 2. \checkmark 3. \times 4. \times 5. \checkmark

三、1. C 2. B 3. C B 4. B 5. A

四、 $\frac{1}{4}:\frac{1}{12}=4:x$ $\frac{2}{9}=\frac{8}{x}$

解: $\frac{1}{4}x=\frac{1}{12} \times 4$ 解: $2x=8 \times 9$

$x=\frac{4}{3}$ $x=36$

$\frac{1}{3}:x=0.4:\frac{5}{4}$ $(2+x):2=21:6$

解: $0.4x=\frac{1}{3} \times \frac{5}{4}$ 解: $12+6x=42$

$x=\frac{25}{24}$ $6x=30$

$x=5$

五、提示:正方形各边长都扩大到原来的 2 倍,长方形各边长都缩小到原来的 $\frac{1}{2}$ 。

六、1. 解:设敲 10 下用去 x 秒。

$$12:(5-1)=x:(10-1) \quad x=27$$

答:敲 10 下用去 27 秒。

2. 解:设 x 天可以看完。

$$15x=10 \times 12 \quad x=8$$

答:8 天可以看完。

3. 解:设平均每人要栽 x 棵。

$$(40+10) \times x=40 \times 15 \quad x=12$$

答:平均每人要栽 12 棵。

4. $120 \times 5=600(\text{km})=60000000(\text{cm})$

$$60000000 \times \frac{1}{5000000}=12(\text{cm})$$

答:甲、乙两地间的铁路线长 12cm。

5. $48 \div 16 \times (3.14 \times 0.5)=4.71(\text{m})$

答:蹬一圈自行车前进 4.71m。

6. (1) $1000 \div 2 \times 4=2000(\text{m})$

答:小明家到学校的实际距离是 2000m。

(2) 提示: $1500 \div (1000 \div 2)=3(\text{cm})$,在小明家东南方向画一条距离小明家 3cm 的线段,标上少年宫。

五 数学广角—鸽巢问题

鸽巢问题

变式练一练 1

$$15 \div 7=2(\text{人}) \cdots \cdots 1(\text{人}) \quad 2+1=3(\text{人})$$

变式练一练 2

$$2+1=3(\text{枚}) \quad 2 \times 2+1=5(\text{枚})$$

答:从中最少摸出 3 枚才能保证有 2 枚颜色相同,从中至少摸出 5 枚才能保证有 3 枚颜色相同。

举一反三做一做

12 名。提示:最多参加两个(可以不参加)一共有以下 11 种情况:①数学②英语③美术④书法⑤数学,英语⑥数学,美术⑦数学,书法⑧英语,美术⑨英语,书法⑩美术,书法⑪不参加。把这 11 种情况看作 11 个鸽巢。

第五单元演练

一、1. 3 10 9 2. (1)2 (2)6 3. 4 4. 6 7 5. 6

二、1. B 2. C 3. B 4. D 5. B

三、1. $9 \div 4=2(\text{列}) \cdots \cdots 1(\text{列}) \quad 2+1=3(\text{列})$

答:至少有 3 列的颜色是完全相同的。

提示:每一列的颜色共有 4 种可能的情况。

2. $30 \div 4=7(\text{个}) \cdots \cdots 2(\text{个}) \quad 7+1=8(\text{个})$

答:一定有 1 个运动员至少投进 8 个球。

3. $3 \times 2+1=7(\text{次})$

答:至少要抛 7 次才能保证至少有 3 次朝上的面上的数字相同。

4. $40 \div 2=20(\text{人}) \quad 20+1=21(\text{人})$

答:至少选 21 人才能保证选出的人中男生和女生都有。

5. $12-(3-1)=10(\text{条})$

答:小花猫钓到了 10 条鲤鱼。



期中测试

一、1. 960 2. 20 3. 05 65 12800 3. 477.28

753.6 4. -1 5. 5 3 6. 16000 7. 30 15

1:3000000 8. 2 9. 左 小 大 10. 124 62

二、1. × 2. √ 3. × 4. × 5. × 6. ×

三、1. B 2. C 3. C 4. C 5. B

四、1. $\frac{5}{2}$ $\frac{2}{5}$ $\frac{1}{6}$ 0 $\frac{5}{18}$ 25 $\frac{10}{3}$ $\frac{3}{28}$

2. $\frac{x}{8.1} = \frac{4}{10.8}$ $\frac{3}{5} : \frac{8}{3} = \frac{3}{8} : x$

解: $10.8x = 4 \times 8.1$ 解: $\frac{3}{5}x = \frac{3}{8} \times \frac{8}{3}$

$x = 3$ $x = \frac{5}{3}$

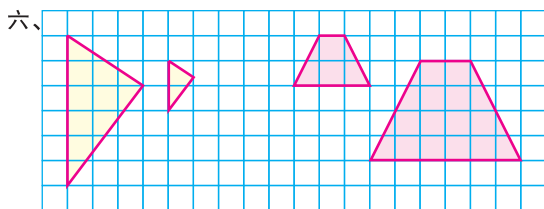
$0.5 : x = 23 : \frac{23}{5}$ $4 : 6 = x : 5$

解: $23x = 0.5 \times \frac{23}{5}$ 解: $6x = 4 \times 5$

$x = 0.1$ $x = \frac{10}{3}$

五、 $2 \times 3.14 \times \left(\frac{4}{2}\right)^2 + 9 \times 3.14 \times 4 = 138.16(\text{cm}^2)$

$\frac{1}{3} \times 3.14 \times 3^2 \times 5 = 47.1(\text{cm}^3)$

六、1. 甲品牌: $300 > 200$, 实际花 $300 - 100 = 200$ (元)乙品牌: $300 \times 80\% \times 95\% = 228$ (元) $200 < 228$ $228 - 200 = 28$ (元)

答: 优惠后两个品牌的鞋的价格相差 28 元。

2. 解: 设 480 本书要包 x 捆。

$120 : 3 = 480 : x$ $x = 12$

答: 480 本书要包 12 捆。

3. $3.14 \times (10 \div 2)^2 \times (8 + 20) = 2198(\text{cm}^3) = 2198(\text{mL})$

答: 这个瓶子的容积是 2198mL。

4. $18.84 \div 3.14 \div 2 = 3(\text{m})$

$3.14 \times 3^2 \times 4.5 \times \frac{1}{3} = 42.39(\text{m}^3)$

$42.39 \times 31 = 1314.09(\text{元}) \approx 1314(\text{元})$

答: 他应付 1314 元。

5. $4.4 \div \frac{1}{20000} = 88000(\text{cm}) = 880(\text{m})$

$2.5 \div \frac{1}{20000} = 50000(\text{cm}) = 500(\text{m})$

$880 \times 500 = 440000(\text{m}^2)$

答: 天安门广场的实际面积约是 440000m²。

6. $5000 \times 2.75\% \times 3 = 412.5(\text{元})$

答: 到期后他可得利息 412.5 元。

7. (1) 小红

(2) 甲的体积: $\pi \times 3^2 \times 6 - \frac{1}{3} \times \pi \times 3^2 \times (6 - 3) =$

$45\pi(\text{cm}^3)$

乙的体积: $\pi \times 3^2 \times 3 + \frac{1}{3} \times \pi \times 3^2 \times (6 - 3) =$

$36\pi(\text{cm}^3)$

体积比: $45\pi : 36\pi = 5 : 4$ 。

答: 甲、乙两个立体图形的体积比是 5 : 4。

六 整理和复习

1 数与代数

数与代数专项演练

一、1. 1100.51 217.29 217 2. $a - 8b$

3. 427900.032 4. -33 5. 正 反 6. 150 4

7. 12 8. 71 $7n + 1$

二、1. × 2. × 3. × 4. √ 5. √

三、1. A 2. C 3. A 4. D

四、1. 7 $\frac{1}{2}$ 10 $\frac{32}{25}$ 0.04 $\frac{7}{8}$ $\frac{3}{2}$ $\frac{1}{12}$

2. $2.5x + 3.7 = 11.5$ $x + 25\%x = 3.75$

解: $2.5x = 11.5 - 3.7$ 解: $1.25x = 3.75$

$x = 3.12$ $x = 3$

$x : \frac{7}{8} = \frac{3}{5} : \frac{3}{4}$ $3 : 0.6 = 10 : x$

解: $x = \frac{3}{5} \times \frac{7}{8} \div \frac{3}{4}$ 解: $3x = 0.6 \times 10$

$x = \frac{7}{10}$ $x = 2$

3. $16 + 4 \div \left(\frac{3}{8} - \frac{1}{4}\right)$ $1.7 + 3.98 + 2.3$

$= 16 + 4 \div \frac{1}{8}$ $= 1.7 + 2.3 + 3.98$

$= 16 + 32$ $= 4 + 3.98$

$= 48$ $= 7.98$

$1 \div \left[\frac{1}{6} \times \left(\frac{3}{4} - \frac{7}{12}\right)\right]$ $4.8 \times 3.9 + 6.1 \times 4.8$

$= 4.8 \times (3.9 + 6.1)$

$= 1 \div \left[\frac{1}{6} \times \frac{1}{6}\right]$ $= 48$

$= 36$

五、1. 解: 设剩下的 4.2km 还要 x 天才能铺完。

$2.8 : 20 = 4.2 : x$ $x = 30$

答: 剩下的 4.2km 还要 30 天才能铺完。



2. $24 \div (1 - \frac{1}{3} - \frac{1}{3}) = 72$ (人)

答:这个志愿者团队共有 72 人。

3. $100 \div (\frac{4}{5} - \frac{3}{5}) = 500$ (瓶)

答:要获利 100 元需要售出 500 瓶矿泉水。

2 图形与几何

图形与几何专项演练

一、1. 350 2. 0.03 5 20 4000 2. 21.98

3. 7 3 2 26 7 4. 24 56 5. 45 15

6. 1 10 10 7. 37.68 8. 7.536

9. (答案不唯一) 10 10. 21.5%

二、1. \times 2. \checkmark 3. \checkmark 4. \times 5. \times

三、1. C 2. A 3. B 4. A

四、1. 0.25 6.28 7 $\frac{4}{25}$ 4.71 37.68

2. $5a \times \frac{1}{2} : 5 \times 6 = 1 : (1+2+3)$ $a=2$

五、1. (1)略 (2)(11,3) (9,3) (9,5) (3)略

2. (1)正西 150 (2)北偏东 45° 300



六、1. $(8+6) \times 3.5 \times 2 - 12 = 86$ (m²)

答:至少要买 86m² 的壁纸。

提示:四周墙壁面积减去门窗面积即需要贴壁纸的面积。

2. $(1) 3.14 \times 40 \times 50 + 3.14 \times (40 \div 2)^2 = 7536$ (cm²)

答:至少需用木板 7536cm²。

$(2) 3.14 \times (40 \div 2)^2 \times (50 - 5) = 56520$ (cm³) = 56520(mL) = 56.52(L) \approx 56(L)

答:最多能盛水 56L。

3. $15 \times 12 \times 6 = 1080$ (cm³) $20 \times 8 = 160$ (cm³)

$1080 \div 160 = 6.75$ (杯)

即给 6 个同学倒 6 整杯后,自己还剩 0.75 杯。

答:他自己还能喝上饮料。

4. $3.14 \times 5^2 \times \frac{3}{4} + 3.14 \times (5-4)^2 \times \frac{1}{2} = 60.445$ (m²)

答:这只小狗的活动范围是 60.445m²。

5. $3.14 \times 6^2 \times 0.5 \times 3 \div 9 = 18.84$ (cm²)

答:这个圆锥形铅锤的底面积是 18.84cm²。

3 统计与概率

统计与概率专项演练

一、1. 错 2. 30 3. (1)可能 (2)不可能 (3)一定

4. 14 8 20 5 3 22 5. (1)3 (2)100

6. 折线 7. 1.5 100 8. 70 8 12

二、1. \times 2. \times 3. \times

三、1. C 2. C 3. A 4. C

四、1. 14 1 2 5 3 2 1 (1)80 (2)57.1

(3)92.9 (4)2 33.3

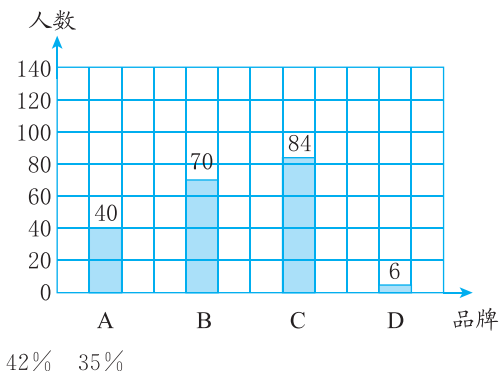
2. (1)C (2)C

五、1. 不公平,和是奇数时可能是 1 和 2 或 2 和 3 两种情况,而和是偶数时只可能是 1 和 3 一种情况。显然,和是奇数的可能性较大。

2. (1)200

(2) $6 \div 3\% = 200$ (人) C: $84 \div 200 = 42\%$

B: $200 - 40 - 84 - 6 = 70$ (人) $70 \div 200 = 35\%$



4 数学思考

数学思考专项演练

一、1. 小清 小红 小强 小玲

2. 20 80 3. 3 4. 2 5. 25

二、1. D 2. C

三、1. (1) $\angle O = 180^\circ - (\angle 1 + \angle 2) = 130^\circ$

(2) $\angle O = 180^\circ - \frac{1}{2}(\angle ABC + \angle ACB) = 120^\circ$

(3) $\angle O = 180^\circ - \frac{1}{2}(180^\circ - \angle A) = 125^\circ$

2. 1 个大瓶和 1 个小瓶存放的药水一共有 10L。

提示:因为“每层存放的药水量同样多,这个仪器架上存放的药水量共 36L”,所以每层存放的药水量是 $36 \div 3 = 12$ (L)。由下层可知 1 个小瓶存放药水有 $12 \div 6 = 2$ (L)。由中层和下层可得,1 个中瓶存放的药水量相当于 2 个小瓶存放的药水量,所以 1 个中瓶可存放药水 $2 \times 2 = 4$ (L)。由上层可知,1 个大瓶中存放的药水量总量 $= 12 - 4 = 8$ (L),因此 1 个大瓶和 1 个小瓶存放的药水量一共有 $8 + 2 = 10$ (L)。

3. 在这 22 人中,爸爸有 5 人。

提示:家长和老师共 22 人,家长比老师多,家长就不少于 12 人,老师不多于 10 人,妈妈和爸爸不少于 12 人,妈妈比爸爸多,妈妈不少于 7 人,爸爸不



多于5人。女老师比妈妈多2人,女老师不少于
 $7+2=9$ (人)。由女老师不少于9人,老师不多于
 10人,得出男老师最多1人,题中指出,至少有
 1名男老师,因此,男老师是1人,女老师有9人。
 由女老师比妈妈多2人,可知妈妈有 $9-2=$
 7 (人),那么爸爸有 $22-9-1-7=5$ (人)。

5 综合与实践

第1节 绿色出行

活动探究

$$40 \times \frac{45}{60} = 30(\text{km})$$

$$240 \times 30 \times 2 = 14400(\text{km})$$

$$45 \times 2 \times 240 \div 60 = 360(\text{时})$$

$$360 \times 140 = 50400(\text{g}) = 50.4(\text{kg})$$

答:小海的爸爸从家到单位有30km,一年上下班共行驶
 14400km,排放50.4kg二氧化碳。

第2节 北京五日游

活动探究

$$9 \times 7 \times (1000 \div 100) \times 2 = 1260(\text{元})$$

$$300 \times 2 = 600(\text{元}) \quad 190 \times 3 = 570(\text{元})$$

$$200 \times 3 = 600(\text{元}) \quad 70 \times 3 \times 4 = 840(\text{元})$$

$$1260 + 600 + 570 + 600 + 840 = 3870(\text{元})$$

答:亮亮全家大约要准备3870元。

第3节 邮票中的数学问题

活动探究

$$2.40 \div 0.80 = 3 \quad \text{最轻: } 20 + 20 + 1 = 41(\text{g})$$

$$\text{最重: } 20 + 20 + 20 = 60(\text{g})$$

答:这封信最轻是41g,最重是60g。

第4节 有趣的平衡

活动探究

提示:让每个人的体重与坐的位置距支点的距离的乘积
 相等即可。

综合与实践专项演练

一、方案一: $1100 \times 2 + 800 = 3000(\text{元})$

方案二: $254.5 \times 3 \times 2 = 1527(\text{元})$

$$150 \times 2 = 300(\text{元}) \quad 80 \times 3 \times 3 = 720(\text{元})$$

$$50 \times 3 = 150(\text{元})$$

$$1527 + 300 + 720 + 150 = 2697(\text{元})$$

答:方案一需要3000元,方案二需要2697元。

二、 $30 \times 10 \div 20 = 15(\text{dm})$

答:他坐的地方距支点15dm才能保证跷跷板平衡。

三、安装分时电表前: $150 \times 0.52 = 78(\text{元})$

安装分时电表后,谷时: $150 \times \frac{2}{2+3} = 60(\text{千瓦时})$

峰时: $150 \times \frac{3}{2+3} = 90(\text{千瓦时})$

$$60 \times 0.35 + 90 \times 0.55 = 70.5(\text{元})$$

答:安装分时电表前,每月电费大约是78元。安装
 分时电表后,每月电费大约是70.5元。

四、 $231 = 100 + 100 + 31 \quad 100 \div 20 = 5$

$$1.2 \times 5 + 2 + 2 = 10(\text{元}) \quad 10 - 2 - 2 - 2 = 4(\text{元})$$

$$10 - 2 - 2 = 6(\text{元}) \quad 6 \div 2 = 3(\text{元})$$

答:需要付邮资10元,还需要增加3元或4元面值的邮票。

五、 $280000 \times 20 \times 170 \times 365 \div 2 = 173740000000(\text{g})$

$$173740000000\text{g} = 17.374(\text{万吨})$$

答:一年(365天)二氧化碳的排放量约减少17.374万吨。

期末测试

一、1. (1)317.6 (2)32500 (3)756 2. 3 200 1.05

3. 18 4 150 1.5 4. 11 5. n^2 10000

6. $3a-b$ 7. 图书大厦 8. 12

二、1. \times 2. \times 3. \times 4. \times 5. \checkmark 6. \checkmark

三、1. B 2. C 3. B 4. D 5. B

四、1. 0.4 1 80 $\frac{1}{7}$ 12 3

2. $x - 35\%x = 5.2$

$$12 : x = \frac{2}{1.5}$$

解: $0.65x = 5.2$

解: $2x = 12 \times 1.5$

$$x = 8$$

$$x = 9$$

$$\frac{2}{3}x - \frac{1}{4} \times 7 = \frac{7}{2}$$

$$\frac{1}{4}x + \frac{1}{3}x = 1.4$$

解: $\frac{2}{3}x = \frac{21}{4}$

解: $\frac{7}{12}x = 1.4$

$$x = \frac{63}{8}$$

$$x = 2.4$$

3. $3.4 \div [(1.25 + 0.45) \times 23]$

$$= 3.4 \div [1.7 \times 23]$$

$$= 3.4 \div 1.7 \div 23$$

$$= \frac{2}{23}$$

$$\frac{7}{8} \times \frac{12}{13} + \frac{7}{8} \div 13$$

$$(42 \times 29 + 71 \times 42) \div 35$$

$$= \frac{7}{8} \times \frac{12}{13} + \frac{7}{8} \times \frac{1}{13} = 42 \times (29 + 71) \div 35$$

$$= 4200 \div 35$$

$$= \frac{7}{8} \times \left(\frac{12}{13} + \frac{1}{13} \right) = 120$$

$$= \frac{7}{8}$$

五、1.



2. (1)150 (2)提示:画出的线段长2cm。

(3)提示:金箔路在上元大街南面,它们之间的图
 上距离是2.5cm。



3. (1) A(3,9) B(7,9) C(7,5) D(3,5)

(2) 提示:组合图形的对称轴与正方形对称轴一致。

(3) 提示:平移前后,图形大小不变。

- 六、1. 解:设六年级募捐善款 x 元,则五年级募捐善款

$$\frac{3}{4}x \text{ 元。}$$

$$x + \frac{3}{4}x = 2800 \quad x = 1600$$

$$\frac{3}{4}x = \frac{3}{4} \times 1600 = 1200$$

答:六年级募捐善款 1600 元,五年级募捐善款 1200 元。

2. $8 \div 2 = 4(\text{cm})$ $3.14 \times 4^2 \times 10 = 502.4(\text{cm}^3)$

$$502.4\text{cm}^3 = 502.4\text{mL} \quad 502.4\text{mL} > 500\text{mL}$$

答:这个水杯能装下 500mL 牛奶。

3. $(16 \times 17 - 222) \div (16 - 11) = 10(\text{天})$

答:这些天中有 10 天下雨。

4. $200 \div \frac{2}{5} = 500(\text{m})$

$$(200 + 500) \times 2 \div 3.14 \approx 445.9(\text{m})$$

答:圆的直径大约是 445.9m。

5. (1)

月份	7	8	9	10	11	12
件数						
品种						
毛衣	200	400	800	1200	1800	1600
衬衫	2000	1800	1700	1400	1000	800

$$(2) (1000 - 800) \div 1000 = 20\%$$

答:衬衫 12 月份比 11 月份少售出 20%。

$$(3) (200 + 400 + 800 + 1200 + 1800 + 1600) \div 6 = 1000(\text{件})$$

答:平均每个月售出毛衣 1000 件。

毕业会考模拟卷(A 卷)

- 一、1. 750046000 8 2. 18 0.02

$$3. 16 \quad 75 \quad 4. \frac{1}{4} \quad 3.2 \quad 5. -3.5$$

$$6. \frac{10}{3} \quad 7. 400 \quad 8. 9:10 \quad 9. \text{下午 5 时}$$

$$10. 16 \quad 25 \quad a^2$$

- 二、1. \checkmark 2. \times 3. \times 4. \times 5. \checkmark 6. \checkmark

- 三、1. D 2. D 3. B 4. C 5. B 6. C

- 四、1. (1) 提示:先把圆的圆心 O 向右平移 3 格至 O' ,再以 O' 为圆心,以 2 格长为半径画圆。

(2) 提示:先画出三角形的两条直角边绕 A 点顺时针旋转 90° 的图形,再画出斜边即可。

2. (1) 北 西 60° 120

(2) 提示:先找到以猴山为观测点南偏西 45° 方向,

再确定蛇馆与猴山的图上距离,图上距离为 2.5cm。

- 五、1. $18 \quad \frac{11}{28} \quad 25.12 \quad \frac{6}{7} \quad \frac{3}{2} \quad 2 \quad 0.36 \quad 12$

$$2. \frac{2}{9}x + \frac{1}{6}x = \frac{7}{9}$$

$$\text{解: } \frac{7}{18}x = \frac{7}{9}$$

$$x = 2$$

$$\frac{3}{4} - \frac{2}{5}x = \frac{1}{8}$$

$$\text{解: } \frac{2}{5}x = \frac{3}{4} - \frac{1}{8}$$

$$x = \frac{25}{16}$$

3. $2020 - 945 \div 27 \times 36$

$$= 2020 - 35 \times 36$$

$$= 2020 - 1260$$

$$= 760$$

$$0.4 \times 8 \times 0.25 \times 1.25$$

$$= (0.4 \times 0.25) \times (8 \times 1.25)$$

$$= 0.1 \times 10$$

$$= 1$$

$$\frac{8}{13} - \frac{5}{7} + \frac{6}{13} - \frac{2}{7}$$

$$= \left(\frac{8}{13} + \frac{6}{13} \right) - \left(\frac{5}{7} + \frac{2}{7} \right)$$

$$= \frac{14}{13} - 1$$

$$= \frac{1}{13}$$

$$\left(\frac{5}{8} + \frac{1}{27} \right) \times 8 + \frac{19}{27}$$

$$= \frac{5}{8} \times 8 + \frac{1}{27} \times 8 + \frac{19}{27}$$

$$= 5 + \left(\frac{8}{27} + \frac{19}{27} \right)$$

$$= 5 + 1$$

$$= 6$$

$$\frac{9}{20} \div \left[\frac{3}{4} \times \left(\frac{2}{5} + \frac{1}{3} \right) \right]$$

$$= \frac{9}{20} \div \left[\frac{3}{10} + \frac{1}{4} \right]$$

$$= \frac{9}{20} \times \frac{20}{11}$$

$$= \frac{9}{11}$$

- 六、1. 解:设运完这些物资需要 x 次。

$$136x = 68 \times 46 \quad x = 23$$

答:运完这些物资需要 23 次。

2. 甲店:每买 10 个送 2 个,那么买 50 个就送 10 个,

用买 50 个的钱刚好可以得到 60 个足球。

$$25 \times 50 = 1250(\text{元})$$

$$\text{乙店:打八折。} \quad 60 \times 25 \times 0.8 = 1200(\text{元})$$



丙店: $60 \times 25 = 1500$ (元), 每满 200 返 30 元,
 $1500 \div 200 = 7 \cdots 100$ (元), 1500 元返还 $7 \times 30 = 210$ (元)。

需花的钱为 $1500 - 210 = 1290$ (元)

$1200 < 1250 < 1290$

答: 王老师到乙店买最合算。

3. $1.2 \text{ dm} = 12 \text{ cm}$

$3.14 \times (6 \div 2)^2 \times 12 = 339.12 (\text{cm}^3) = 339.12 (\text{mL})$

$339.12 > 320$

答: 易拉罐的体积是 339.12 cm^3 , 这家生产商没有欺骗消费者。

4. $500 \times 2.50\% \times 2 = 25$ (元) $50 \times 0.85 = 42.5$ (元)

$25 < 42.5$

答: 钱不够。

5. $2 \text{ cm} = 0.02 \text{ m}$

$25.12 \times 3.6 \times \frac{1}{3} \div (10 \times 0.02) = 150.72 (\text{m})$

答: 能铺 150.72 m。

6. (1) $5000 + 6000 + 6700 + 7800 + 9200 + 12000 = 46700$ (万元)

答: 华联超市上半年的营业额是 46700 万元。

(2) $(7000 + 7500 + 8200 + 9600 + 11000 + 14000) \div 6 = 9550$ (万元)

答: 中兴超市上半年平均每个月的营业额是 9550 万元。

(3) $(12000 - 6700) \div 12000 \approx 44.2\%$

答: 华联超市 3 月份的营业额比 6 月份约少 44.2%。

毕业会考模拟卷(B卷)

一、1. 587.64 万 5149020000 2. 40 5.02

3. 9 25 60 六 0.6 4. 16 5. 37.5 60

6. 22 7. 18 4 8. $a\pi$ πa^2 9. 42 49

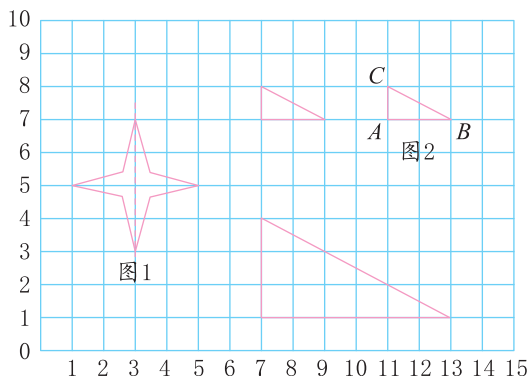
10. 5050

二、1. \times 2. \checkmark 3. \checkmark 4. \checkmark 5. \checkmark

三、1. B 2. C 3. A 4. C 5. B

四、1. (1) 答案见下图。 (2) (13, 7) (11, 8)

(3) (4) 答案见下图。



2. (1) 20 (2) $3:2$

五、1. $0.99 \quad 6 \quad 43 \quad 0.027 \quad \frac{3}{2} \quad \frac{23}{13} \quad \frac{3}{5} \quad 9$

2. $35 \times 40 + 630 \div 18 \quad (6 - 1.3 \times 4) \div 0.1$
 $= 1400 + 35 \quad = (6 - 5.2) \div 0.1$
 $= 1435 \quad = 8$

$3.8 \times 97 + 0.38 \times 30 \quad \frac{7}{4} \times \frac{5}{8} + \frac{1}{4} \div \frac{8}{5}$
 $= 3.8 \times 97 + 3.8 \times 3 \quad = \left(\frac{7}{4} + \frac{1}{4}\right) \times \frac{5}{8}$
 $= 3.8 \times (97 + 3) \quad = 2 \times \frac{5}{8}$
 $= 3.8 \times 100 \quad = \frac{5}{4}$
 $= 380$

$\frac{5}{6} \div \left[\frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right)\right]$
 $= \frac{5}{6} \div \left[\frac{1}{2} \times \frac{1}{6}\right]$
 $= \frac{5}{6} \div \frac{1}{12}$
 $= 10$

$\frac{3}{7} - \frac{2}{5} + \frac{4}{7} - \frac{3}{5}$
 $= \left(\frac{3}{7} + \frac{4}{7}\right) - \left(\frac{2}{5} + \frac{3}{5}\right)$
 $= 1 - 1$
 $= 0$

3. $\frac{2}{3}x - \frac{1}{4}x = \frac{3}{10} \quad \frac{1}{2} : x = \frac{1}{6} : \frac{2}{5}$
解: $\frac{5}{12}x = \frac{3}{10} \quad$ 解: $\frac{1}{6}x = \frac{1}{5}$
 $x = \frac{18}{25} \quad x = \frac{6}{5}$

六、1. $696 \div 4.8 - 75 = 70 (\text{km/h})$

答: 货车每小时行驶 70 km。

2. $4.5 \div \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) = 54 (\text{t})$

答: 这堆煤有 54 t。

3. 知道 1 本故事书的价钱 = 3 本日记本的价钱, 可以推出多出的 4 本日记本的价钱是 18 元。

$7 - 3 = 4$ (本) $18 \div 4 = 4.5$ (元)

$4.5 \times 3 = 13.5$ (元)

答: 日记本的单价是 4.5 元, 故事书的单价是 13.5 元。

4. $2.7 \text{ km} = 2700 \text{ m}$

$2700 \div (60 + 75) = 20$ (天)

$2700 \div (40 + 50) = 30$ (天)

7 月份有 31 天。 $30 < 31$

答: 挖通至少需要 20 天, 可以保证在这个月内全



部完成。

$$5. 8\text{dm}=80\text{cm} \quad 4\text{dm}=40\text{cm}$$

$$80 \times 40 \times 5 = 16000(\text{cm}^3)$$

$$16000 \div 4 = 4000(\text{cm}^3)$$

答:每个彩球的体积是 4000cm^3 。

教材习题参考答案

教材第4页 做一做

1. -18°C 低

2. 读数略 正数: $2.5 + \frac{4}{5} + 41$

负数: $-7 - 5.2 - \frac{1}{3}$

教材第5页 做一做

提示:直线上0左边是负数,0右边是正数。

练习一

1. $+126$ 或 $126 - 150$

2. $+2$ 时 -8 时

北京时间是中午 $12:00$ 时,东京时间是下午 $1:00$;悉尼时间是下午 $2:00$;巴黎时间是早晨 $5:00$;伦敦时间是早晨 $4:00$ 。

3. (1) 5 或 $+5 - 8$ (2) 1.5 或 $+1.5 - 3$ (3) -3

4. $-7 - 4 - 1 3 6$

5. $+8844.43$ (或 8844.43) -155

6. $+2000 - 2000 - 100 - 400 - 800 - 1000 - 2000$ 余额: 900 元

7. 向西走 4m 1m 图略

8. $30 10 - 5 0$

教材第8页 做一做

$52.00 73.50 30.80$

教材第9页 做一做

$$15000 \div (1 + 20\%) = 12500(\text{人次})$$

答:该市2011年出境旅游人数为12500人次。

教材第10页 做一做

$$(5000 - 3500) \times 3\% = 45(\text{元})$$

答:她应缴个人所得税45元。

教材第11页 做一做

$$8000 \times 2.75\% \times 3 = 660(\text{元}) \quad 8000 + 660 = 8660(\text{元})$$

答:张爷爷可得到660元利息,一共能取回8660元。

教材第12页 做一做

(1) A商场: $120 - 40 = 80(\text{元})$ B商场: $120 \times 60\% = 72(\text{元})$

答:在A商场买应付80元,在B商场买应付72元

(2) $80 > 72$ 选择B商场更省钱。

练习二

1. (1) $1.5 \times 50\% = 0.75(\text{元})$ $2.4 \times 50\% = 1.2(\text{元})$

$1 \times 50\% = 0.5(\text{元})$ $3 \times 50\% = 1.5(\text{元})$

(2)(答案不唯一)

$3 \div 0.75 = 4(\text{个})$,她可买4个原价1.5元的面包。

2. $120 \times 80\% = 96(\text{元})$ $80 \times 80\% = 64(\text{元})$

$400 \times 80\% = 320(\text{元})$ $180 \times 80\% = 144(\text{元})$

答:打完折后,桌子应付96元,椅子应付64元,床应付320元,柜子应付144元。

3. 分析:按原价的八折买,优惠了二折,9.6元占原价的20%,求原价,用除法计算。

$9.6 \div (1 - 80\%) = 48(\text{元})$ 答:这套书原价48元。

4. $2.8 \times (1 + 30\%) = 3.64(\text{万吨})$

答:去年秋粮产量是3.64万吨。

5. $1.3 \div (1 + 30\%) = 1(\text{万辆})$

答:一月份出口汽车1万辆。

6. $300 \times 3\% = 9(\text{元})$

答:她应缴纳个人所得税9元。

7. $100 \times 25\% = 25(\text{元})$

答:妈妈为此支付消费税大约25元。

8. $2000 \times 1\% = 20(\text{元})$ 答:汇费是20元。

9. $3000 \times 1.30\% \times \frac{1}{2} + 3000 = 3019.5(\text{元})$

答:到期时张叔叔可以取回3019.5元。

10. $(3000 - 800) \times 20\% = 440(\text{元})$

答:这笔劳务费用一共要缴税440元。

11. (1) $32 \text{万元} = 320000 \text{元}$

$$320000 \times 96\% = 307200(\text{元})$$

答:打折后房子的总价是307200元。

$$(2) 307200 \times 1.5\% = 4608(\text{元})$$

答:契税是4608元。

12. $1 \text{万元} = 10000 \text{元}$

$$10000 \times 3.8\% \times 3 = 1140(\text{元})$$

$$10000 \times 4\% \times 1 = 400(\text{元})$$

$$(10000 + 400) \times 4\% \times 1 = 416(\text{元})$$

$$(10400 + 416) \times 4\% \times 1 = 432.64(\text{元})$$

$$400 + 416 + 432.64 = 1248.64(\text{元})$$

$$1248.64 - 1140 = 108.64(\text{元})$$

答:3年后,两种理财方式收益相差108.64元。

13. 甲品牌: $260 - 100 = 160(\text{元})$

$$\text{乙品牌: } 260 \times 60\% \times 95\% = 148.2(\text{元})$$

$$160 > 148.2$$

答:乙品牌的更便宜。

14. (1) A店: $80 \times 70\% = 56(\text{元})$ B店: $80 - 19 = 61(\text{元})$



答:在 A 书店买应付 56 元,在 B 书店买应付 61 元。

$$(2) 56 < 61 \quad 61 - 56 = 5 (\text{元})$$

答:在 A 书店买更省钱,A、B 两店的价格相差 5 元。

15. $1419.36 \div (1 - 0.068\%) \approx 1420.33 (\text{万人})$

答:2010 年年末上海市的户籍人口总数是 1420.33 万人。

教材第 18 页 做一做



2. (1) 是以 AB 或 CD 为轴旋转而成的。底面半径是 2cm,高是 1cm。

(2) 是以 BC 或 AD 为轴旋转而成的。底面半径是 1cm,高是 2cm。

教材第 19 页 做一做

1. 左图沿着圆柱的底面周长和一条高将圆柱展开;
中图沿着圆柱的底面周长和两个底面之间的一条曲线将圆柱展开;

右图沿着圆柱的底面周长和两个底面之间的一条线段(不是高)将圆柱展开。

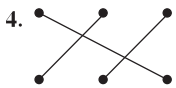
2. 长:31.4cm 宽:20cm

练习三

1. (✓)() (✓)() (✓)

2. 长方体 正方体 圆柱

3. 提示:将圆柱展开,长方形的长应等于底面圆的周长,所以第 1 个图形是圆柱的展开图。



5. 可以卷成没有底面的圆柱。

教材第 21 页 做一做

$$3.14 \times 5 \times 2 \times 20 = 628 (\text{cm}^2)$$

答:这张商标纸的面积是 628cm^2 。

教材第 22 页 做一做

1. (1) $1.6 \times 0.7 = 1.12 (\text{m}^2)$

$$(2) 2 \times 3.14 \times 3.2 \times 5 = 100.48 (\text{dm}^2)$$

2. 彩纸的面积就是圆柱形笔筒的侧面积和一个底面的面积之和。 $3.14 \times 8 \times 13 + 3.14 \times (8 \div 2)^2 = 376.8 (\text{cm}^2)$

答:至少需要用 376.8cm^2 彩纸。

练习四

1. 求圆柱的表面积就是用圆柱的侧面积加上两个底面的面积。

$$3.14 \times 6 \times 12 + 3.14 \times (6 \div 2)^2 \times 2 = 282.6 (\text{cm}^2)$$

$$3.14 \times 40 \times 3 + 3.14 \times (40 \div 2)^2 \times 2 = 2888.8 (\text{cm}^2)$$

$$3.14 \times 18 \times 15 + 3.14 \times (18 \div 2)^2 \times 2 = 1356.48 (\text{cm}^2)$$

2. 求压路的面积,就是求前轮的侧面积。

$$3.14 \times 1.2 \times 2 = 7.536 (\text{m}^2)$$

答:压路的面积是 7.536m^2 。

3. 求海报的面积,就是求圆柱的侧面积。

$$3.14 \times 1.5 \times 2.5 = 11.775 (\text{m}^2)$$

答:可以张贴 11.775m^2 的海报。

4. 抹水泥部分的面积就是圆柱形沼气池的侧面积和一个底面的面积之和。

$$3.14 \times 3 \times 2 + 3.14 \times (3 \div 2)^2 = 25.905 (\text{m}^2)$$

答:抹水泥部分的面积是 25.905m^2 。

5. 长: $6 \times 6 = 36 (\text{cm})$ 宽: $6 \times 4 = 24 (\text{cm})$ 高: 12cm

答:这个箱子的长至少是 36cm,宽至少是 24cm,高至少是 12cm。

6. 长方体的表面积 = (长 × 宽 + 长 × 高 + 宽 × 高) × 2, 正方体的表面积 = 6 × 棱长², 圆柱的表面积 = 侧面积 + 2 个底面的面积。 $(10 \times 10 + 10 \times 15 \times 2) \times 2 = 800 (\text{cm}^2)$; $6 \times 6 \times 6 = 216 (\text{dm}^2)$; $2 \times 3.14 \times 5 \times 12 + 3.14 \times 5^2 \times 2 = 533.8 (\text{cm}^2)$

7. 黑布: $3.14 \times 20 \times 10 + 3.14 \times (20 \div 2)^2 = 942 (\text{cm}^2)$

$$\text{红布: } 3.14 \times (20 \div 2 + 10)^2 - 3.14 \times (20 \div 2)^2 = 942 (\text{cm}^2)$$

$$942 = 942$$

答:两种颜色的布用得同样多。

8. 花布的面积是圆柱的侧面积;黄布的面积是圆柱底面 2 个圆的面积之和。

$$\text{花布: } 3.14 \times 18 \times 80 = 4521.6 (\text{cm}^2)$$

$$\text{黄布: } 3.14 \times (18 \div 2)^2 \times 2 = 508.68 (\text{cm}^2)$$

答:花布需要 4521.6cm^2 ,黄布需要 508.68cm^2 。

9. 彩纸的面积就是用圆柱形灯笼的表面积减去两个口的面积。

$$3.14 \times 20 \times 30 + 3.14 \times (20 \div 2)^2 \times 2 - 78.5 \times 2 = 2355 (\text{cm}^2)$$

答:他用了 2355cm^2 的彩纸。

10. 铁皮的面积就是圆柱的侧面积和一个底面的面积之和。

$$3.14 \times 12 \times \frac{3}{4} \times 12 + 3.14 \times \left(12 \times \frac{3}{4} \div 2\right)^2 = 402.705 (\text{dm}^2)$$

答:做这个水桶大约要用 402.705dm^2 铁皮。

11. (1) 漆油漆的面积就是圆柱的侧面积加上长方体的表面积再减去圆柱一个底面的面积。 $[3.14 \times 12 \times 55 + (12 \times 16 \times 2 + 12 \times 12) \times 2 - 3.14 \times (12 \div 2)^2] \div 10000 = 0.301536 (\text{m}^2)$

答:要漆 0.301536m^2 。

$$(2) 0.301536 \times 30 \times 5 \approx 45.23 (\text{元})$$

答:一共需要人工费 45.23 元。

12. 圆柱的高 = 侧面积 ÷ 底面周长。

$$188.4 \div (2 \times 3.14 \times 2) = 15 (\text{dm})$$



答:它的高是 15dm。

13. $3.14 \times 0.3^2 \times 2 \times (4-1) = 1.6956(\text{m}^2)$

答:这些木料的表面积比原材料增加了 1.6956m^2 。

14. $d : \pi d = 1 : \pi$

教材第 25 页 做一做

1. 圆柱的体积=底面积 \times 高。

$75 \times 90 = 6750(\text{cm}^3)$ 答:它的体积是 6750cm^3 。

2. $3.14 \times (1 \div 2)^2 \times 10 = 7.85(\text{m}^3)$

答:挖出的土有 7.85m^3 。

教材第 26 页 做一做

1. $3.14 \times (8 \div 2)^2 \times 15 = 753.6(\text{cm}^3) = 0.7536(\text{L})$

$0.7536 < 1$

答:带这杯水不够喝。

2. $3.14 \times (0.4 \div 2)^2 \times 5 = 0.628(\text{m}^3)$

$0.628 \div 0.02 = 31.4 \approx 31(\text{张})$

答:这根木料最多能做 31 张课桌。

教材第 27 页 做一做

$3.14 \times (6 \div 2)^2 \times 10 = 282.6(\text{cm}^3) = 282.6(\text{mL})$

答:小明喝了 282.6mL 水。

练习五

1. 圆柱的体积=底面积 \times 高。 $3.14 \times 5^2 \times 2 = 157(\text{cm}^3)$;

$3.14 \times (4 \div 2)^2 \times 12 = 150.72(\text{cm}^3)$; $3.14 \times (8 \div 2)^2 \times 8 = 401.92(\text{cm}^3)$

2. 求水桶能装多少水,就是求水桶的容积。

$3.14 \times (60 \div 2)^2 \times 90 = 254340(\text{cm}^3) = 254.34(\text{L})$

答:这个圆柱形水桶可以装 254.34L 水。

3. 先求出花坛的底面积,再根据填土的高度可求出一个花坛中土的体积。要求一共填多少土,只需乘 2 即可。

$3.14 \times (3 \div 2)^2 \times 0.5 \times 2 = 7.065(\text{m}^3)$

答:两个花坛中共需要填土 7.065m^3 。

4. 圆柱的高=体积 \div 底面积。 $80 \div 16 = 5(\text{cm})$

答:它的高是 5cm 。

5. 先求出圆柱的容积是多少立方米,再根据每立方米玉米约重 750kg ,求出玉米的质量。 $750\text{kg} = 0.75\text{t}$

$3.14 \times 1.5^2 \times 2 \times 0.75 = 10.5975(\text{t})$

答:这个粮囤能装 10.5975t 玉米。

6. 圆柱的表面积=侧面积+2个底面积,圆柱的体积=底面积 \times 高;长方体的表面积=(长 \times 宽+长 \times 高+宽 \times 高) \times 2,长方体的体积=长 \times 宽 \times 高。圆柱的表面积: $3.14 \times 6 \times 12 + 3.14 \times (6 \div 2)^2 \times 2 = 282.6(\text{cm}^2)$,圆柱的体积: $3.14 \times (6 \div 2)^2 \times 12 = 339.12(\text{cm}^3)$;长方体的表面积: $(15 \times 10 + 15 \times 20 + 10 \times 20) \times 2 = 1300(\text{cm}^2)$,长方体的体积: $15 \times 10 \times 20 = 3000(\text{cm}^3)$;圆柱的表面积: $3.14 \times 14 \times 5 + 3.14 \times (14 \div 2)^2 \times 2 = 527.52(\text{cm}^2)$,圆柱的体积:

$3.14 \times (14 \div 2)^2 \times 5 = 769.3(\text{cm}^3)$ 。

7. 用围墙的体积减去圆柱形月亮门的体积。 $25\text{cm} = 0.25\text{m}$ $35 - 3.14 \times (2 \div 2)^2 \times 0.25 = 34.215(\text{m}^3)$

答:现在用了 34.215m^3 土石。

8. 先求出三个杯子一共可装多少果汁,再和 1L 进行比较。 $3.14 \times (6 \div 2)^2 \times 11 \times 3 = 932.58(\text{cm}^3) = 932.58(\text{mL}) = 0.93258(\text{L})$ $0.93258 < 1$

答:够明明和客人每人一杯。

9. 因为两个圆柱的底面积相等,所以可根据前一个圆柱的体积和高,求出底面积,再根据底面积和后一个圆柱的高,即可求出后一个圆柱的体积。

$81 \div 4.5 \times 3 = 54(\text{dm}^3)$

答:它的体积是 54dm^3 。

10. $3.14 \times (10 \div 2)^2 \times 2 = 157(\text{cm}^3)$

答:这块铁块的体积是 157cm^3 。

11. $3.14 \times (1.2 \div 2)^2 \times 20 \times 50 = 1130.4(\text{cm}^3) = 1.1304(\text{L})$

$1.1304 > 1$

答:50 秒能装满水。

12. 可用外面大圆柱的体积减去里面小圆柱的体积。

$3.14 \times [(10 \div 2)^2 - (8 \div 2)^2] \times 80 = 2260.8(\text{cm}^3)$

13. $30 \times 10 = 300(\text{cm}^3)$ $300 \times 4 = 1200(\text{cm}^3)$

$1200 \div 6 = 200(\text{cm}^3)$ $200\text{cm}^3 = 200\text{mL}$

答:平均每杯倒 200mL 。

14. $3.14 \times 10^2 \times 20 = 6280(\text{cm}^3)$

$3.14 \times 20^2 \times 10 = 12560(\text{cm}^3)$

答:它们的体积分别是 6280cm^3 和 12560cm^3 。

15. 以 2dm 为底面周长围成的圆柱的体积最小,以 18dm 为底面周长围成的圆柱的体积最大。

侧面积相等时,圆柱的底面半径越大,它的体积越大,反之越小。

教材第 32 页 做一做

提示:先找准底面和顶点,再作高。

教材第 34 页 做一做

1. $\frac{1}{3} \times 19 \times 12 = 76(\text{cm}^3)$

答:这个零件的体积是 76cm^3 。

2. $\frac{1}{3} \times 3.14 \times (4 \div 2)^2 \times 5 \times 7.8 \approx 163(\text{g})$

答:这个铅锤重 163g 。

练习六

1. 提示:主要是由圆柱和圆锥组成的。



3. 提示:可以先利用直尺、软尺等工具,测量出圆锥形实



物的底面直径(或底面周长)和高,再根据 $V_{\text{锥}} = \frac{1}{3}Sh$ 计算出该物体的体积。

4. (1)25.12 (2)423.9

5. (1)×(缺少前提条件:圆锥和圆柱必须等底等高)
(2)✓

(3)×(缺少必要条件:圆锥与圆柱的底面积相等)

6. $(31.4 \div 3.14 \div 2)^2 \times 3.14 \times 9 \times \frac{1}{3} = 235.5(\text{cm}^3)$

答:它的体积是 235.5cm^3 。

7. 根据“圆锥的体积=底面积 \times 高 $\times\frac{1}{3}$ ”可求出这堆煤的体积;根据每立方米煤约重 1.4t ,可求出这堆煤的质量。 $3.14 \times (18.84 \div 3.14 \div 2)^2 \times 2 \times \frac{1}{3} \approx 19(\text{m}^3)$

$19 \times 1.4 \approx 27(\text{t})$

答:这堆煤的体积大约是 19m^3 ,大约重 27t 。

8. (1) $\frac{1}{3} \times 3.14 \times (3 \div 2)^2 \times 2 = 4.71(\text{m}^3)$

答:这堆稻谷的体积是 4.71m^3 。

(2) $4.71 \times 650 = 3061.5(\text{kg})$

答:这堆稻谷重 3061.5kg 。

(3) $3061.5 \div 0.4 = 7653.75(\text{kg})$

答:平均每公顷产稻谷 7653.75kg 。

(4) $3061.5 \times 2.8 = 8572.2(\text{元})$

答:这些稻谷能卖 8572.2 元。

9. $4 \times 3 = 12(\text{dm})$ 答:圆锥的高是 12dm 。

10. $28.26 \div 3 = 9.42(\text{cm}^2)$

答:圆柱的底面积是 9.42cm^2 。

11. $1000\text{km}^2 = 1000000000\text{m}^2$ $220\text{mm} = 0.22\text{m}$

$1000000000 \times 0.22 = 220000000(\text{m}^3) = 2.2(\text{亿立方米})$

$2.2 \times 20\% = 0.44(\text{亿立方米})$ $0.4 < 0.44$

答:该区总降水为 2.2 亿立方米,这些雨水的 20% 能满足绿化用水。

整理和复习

1. 圆柱:第1、2、6个图形是圆柱。其特征为圆柱的两个底面都是圆,并且大小一样;圆柱的侧面是曲面,侧面沿高展开后是一个长方形(或正方形)。圆柱有无数条高,并且这些高都相等。

圆锥:第3、4、5个图形是圆锥。其特征为圆锥的底面是一个圆;侧面是一个曲面,圆锥只有一条高。

2. 10dm 282.6dm^2 314dm^3

1m 10.676m^2 2.198m^3

40cm 3140cm^2 6280cm^3

2dm 10.048dm^2

1m 1.1775m^3

3. (1) $3.14 \times 10 \times 20 + 3.14 \times (10 \div 2)^2 \times 2 = 785(\text{cm}^2)$

答:至少用了 785cm^2 布料。

(2) $3.14 \times (10 \div 2)^2 \times 20 = 1570(\text{cm}^3) = 1.57(\text{L})$

$1.57 > 1.5$

答:这壶水够喝。

4. (1) $3.14 \times (4 \div 2)^2 \times 2 + 3.14 \times (4 \div 2)^2 \times 4.2 \times \frac{1}{3} =$

$42.704(\text{dm}^3)$

$42.704 \times 0.65 = 27.7576(\text{kg})$

答:这个漏斗最多能装 27.7576kg 稻谷。

(2) $27.7576 \times 70\% = 19.43032(\text{kg})$

答:一漏斗稻谷能磨 19.43032kg 大米。

练习七

1. $12.56 \times 5 \times 4 \div [3.14 \times (4 \div 2)^2] = 20(\text{dm})$

2. $2\text{cm} = 0.02\text{m}$

$\frac{1}{3} \times 28.26 \times 2.5 \div (10 \times 0.02) = 117.75(\text{m})$

答:能铺 117.75m 。

3. 用大圆柱的体积减去 12 个小圆柱的体积。 $3.14 \times (12 \div 2)^2 \times 9 - 3.14 \times (2 \div 2)^2 \times 9 \times 12 = 678.24(\text{cm}^3) \approx 0.68(\text{dm}^3)$

答:做一块蜂窝煤大约需要用煤 0.68dm^3 。

4. 提示:把正方体木料加工成一个最大的圆柱,则这个圆柱的底面直径和高都等于这个正方体木料的棱长。因此题中就是求底面直径是 4dm ,高是 4dm 的圆柱的体积。

$3.14 \times (4 \div 2)^2 \times 4 = 50.24(\text{dm}^3)$

答:这个圆柱的体积是 50.24dm^3 。

5. $5\text{mm} = 0.5\text{cm}$ $120\text{mL} = 120\text{cm}^3$

$120 \div [3.14 \times (0.5 \div 2)^2 \times 2 \times 2] \approx 152(\text{天})$

答:这支牙膏大约能用 152 天。

6. $3.14 \times (4 \div 2)^2 \times 5 = 62.8(\text{dm}^3)$

$62.8\text{dm}^3 = 62.8\text{L}$

答:该桶最多能装 62.8L 水。

教材第39页 数学游戏

按照游戏的操作步骤,掌握操作要领来完成。操作时将对折后的纸分割的份数越多,剪的纸张条越细,形成的洞就越大,就可以让两个同学钻过去。

教材第40页 做一做

1. (1) $6:10=9:15$ (2)不可以

(3) $\frac{1}{2}:\frac{1}{3}=6:4$ (4) $0.6:0.2=\frac{3}{4}:\frac{1}{4}$

2. 可以组成 8 个比例。

$3:1.5=4:2$ $3:4=1.5:2$

$2:1.5=4:3$ $2:4=1.5:3$



$$1.5:3=2:4 \quad 1.5:2=3:4$$

$$4:3=2:1.5 \quad 4:2=3:1.5$$

教材第41页 做一做

(1)因为 $6 \times 5 = 30$, $3 \times 8 = 24$, $6 \times 5 \neq 3 \times 8$, 所以 $6:3$ 和 $8:5$ 不能组成比例。

(2)因为 $0.2 \times 50 = 10$, $2.5 \times 4 = 10$, $0.2 \times 50 = 2.5 \times 4$, 所以能组成比例, $0.2:2.5 = 4:50$ 。

(3)因为 $\frac{1}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$, $\frac{1}{6} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{12}$, $\frac{1}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{6} \times \frac{1}{2}$, 所以能组成比例, $\frac{1}{3}:\frac{1}{6} = \frac{1}{2}:\frac{1}{4}$ 。

(4)因为 $1.2 \times 5 = 6$, $\frac{3}{4} \times \frac{4}{5} = 0.6$, $1.2 \times 5 \neq \frac{3}{4} \times \frac{4}{5}$, 所以 $1.2:\frac{3}{4}$ 和 $\frac{4}{5}:5$ 不能组成比例。

教材第42页 做一做

1. (1) $x = \frac{15}{2}$ (2) $x = \frac{2}{3}$ (3) $x = 0.6$

2. 解: 设应加入水 x 毫升。

$$100:x=1:150 \quad x=15000$$

答: 应加入水 15000mL。

练习八

1. 不能 能 $\frac{2}{30} = \frac{8}{120}$ 不能 能 $\frac{5}{100} = \frac{10}{200}$

2. (1) 能 $\frac{4}{12} = \frac{5}{15}$ (答案不唯一) (2) 不能 (3) 不能

(4) 能 $\frac{1}{2}:\frac{1}{3} = \frac{1}{4}:\frac{1}{6}$ (答案不唯一)

3. $5:1$ $10:2$ $5:1=10:2$ (答案不唯一)

4. (1) $3.75:0.5=7.5$ $6:0.8=7.5$ $3.75:0.5=6:0.8$ 可以组成比例。

(2) 内项: 0.5 和 6 外项: 3.75 和 0.8

5. (1) 因为 $6 \times 12 = 72$, $9 \times 9 = 81$, $6 \times 12 \neq 9 \times 9$, 所以 $6:9$ 和 $9:12$ 不能组成比例。

(2) 因为 $1.4 \times 40 = 56$, $2 \times 28 = 56$, $1.4 \times 40 = 2 \times 28$, 所以 $1.4:2$ 和 $28:40$ 能组成比例, 即 $1.4:2=28:40$ 。

(3) 因为 $\frac{1}{2} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{8}$, $\frac{1}{5} \times \frac{5}{8} = \frac{1}{8}$, $\frac{1}{2} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{5} \times \frac{5}{8}$, 所以 $\frac{1}{2}:\frac{1}{5}$ 和 $\frac{5}{8}:\frac{1}{4}$ 能组成比例, 即 $\frac{1}{2}:\frac{1}{5} = \frac{5}{8}:\frac{1}{4}$ 。

(4) 因为 $7.5 \times 3.1 = 23.25$, $1.3 \times 5.7 = 7.41$, $7.5 \times 3.1 \neq 1.3 \times 5.7$, 所以 $7.5:1.3$ 和 $5.7:3.1$ 不能组成比例。

6. 方法 1: 计算出 1 分钟 (60 秒) 心跳的次数, 看是不是 72 次。因为 45 秒跳 54 次, 则 1 秒跳 $\frac{54}{45}$ 次, 1 分钟就

要跳 $\frac{54}{45} \times 60 = 72$ (次), 由此可以判断小红说得对。

方法 2: 运用比例知识, 看心跳的次数与相对应的时间的比值是否相等。因为 $54:45 = \frac{6}{5}$, $72:60 = \frac{6}{5}$, 两个比的比值相等, 说明心跳的速度没变, 所以小红说得对。

7. 提示: 能写出 8 个比例。

8. (1) $x = \frac{1}{6}$ (2) $x = 1.6$ (3) $x = 3$ (4) $x = 36$

9. 解: 设化成水后的体积是 $x \text{ dm}^3$ 。

$$\frac{x}{50} = \frac{9}{10} \quad x = 45$$

答: 化成水后的体积是 45 dm^3 。

10. (1) $5:8=40:x$ $x=64$

(2) $x:\frac{3}{4} = \frac{1}{5}:\frac{2}{5}$ $x=\frac{3}{8}$

(3) $x:2=5:2.5$ $x=4$ (写出的比例不唯一)

11. (1) 解: 设轿车的实际长度是 $x \text{ cm}$ 。

$$24.3:x=1:20 \quad x=486$$

$$486 \text{ cm} = 4.86 \text{ m}$$

答: 轿车的实际长度是 4.86m。

(2) 解: 设模型车的长度是 $y \text{ m}$ 。

$$y:11.76=1:20 \quad y=0.588$$

$$0.588 \text{ m} = 58.8 \text{ cm}$$

答: 模型车的长度是 58.8cm。

12. 解: 设这个将军俑的实际高度是 $x \text{ cm}$ 。

$$19.6:x=1:10 \quad x=196$$

答: 这个将军俑的实际高度是 196cm。

13. 解: 设模型的高度是 $x \text{ m}$ 。

$$35:x=500:1 \quad x=0.07$$

$$0.07 \text{ m} = 7 \text{ cm}$$

答: 模型的高度是 7cm。

14. (1) $3:8=15:40$ $3:15=8:40$

$$40:8=15:3 \quad 40:15=8:3$$

$$8:40=3:15 \quad 8:3=40:15$$

$$15:40=3:8 \quad 15:3=40:8$$

(2) $2.5:0.5=2:0.4$ $2.5:2=0.5:0.4$

$$0.4:2=0.5:2.5 \quad 0.4:0.5=2:2.5$$

$$2:0.4=2.5:0.5 \quad 2:2.5=0.4:0.5$$

$$0.5:0.4=2.5:2 \quad 0.5:2.5=0.4:2$$

15. (1) $\frac{1}{6}:\frac{1}{8}=4:3$ (2) $40 \times 3 \div 4 = 30$ (元) (3) 略

教材第46页 做一做

(1) (答案不唯一) $80:1=80$ $160:2=80$

$240:3=80$ $320:4=80$ 它们的比值都相等。



(2)表示速度。

(3)成正比例,因为这两种相关联的量相对应的两个数的比值一定。

(4)画图略。 行驶 120km 大约要用 1.5 小时。

教材第 48 页 做一做

(1)表中有每天运的质量和运货的天数两种量,它们是相关联的量。

(2)(答案不唯一) $300 \times 1 = 300$ $150 \times 2 = 300$ 它们的积都相等。这个积表示这一批货物的总质量。

(3)表中相关联的两种量成反比例关系,因为这两种量中相对应的两个数的积一定。

练习九

1. (1) $60 : 120 = 65 : 130 = 55 : 110 = 75 : 150 = \frac{1}{2}$, 比值相等。

(2)表示每千瓦时的电费。

(3)成正比例关系,因为电费与相应的用电量的比值一定。

2. 理由略 (1)成正比例 (2)不成正比例

(3)不成正比例 (4)成正比例 (5)不成正比例

3. (1)成正比例,因为 $\frac{\text{耗油量}}{\text{所行路程}}$ = 行驶 1km 的耗油量,而行驶 1km 的耗油量一定。(2)汽车所行路程与相应的耗油量是两种相关联的量,耗油量随着所行路程的变化而变化。所行路程增加,耗油量随着增加;所行路程减少,耗油量也随着减少。(3)约 7.33L。

4. (竖排)5 3 12.5 8 25 15 50

5. (1)画图略。

图象上所有点都在一条经过(0,0)的直线上。

(2)成正比例,因为 $\frac{2}{1.6} = \frac{3}{2.4} = \frac{6}{4.8} = \frac{5}{4}$, 树高和影长的比值一定。

6. 6 8 10 12

(1) $2n$ 表示自然数中的偶数。

(2)描点略 这些点都在一条直线上

7. 1.5 2 2.5 3 (1)略 (2)3.5 元 (3)4 倍

8. 成反比例,因为教室的面积一定,而每块地砖的面积与所需数量的乘积都等于教室的面积 54m^2 。

9. 成反比例,因为每瓶容量 \times 所装瓶数=这批醋的体积(一定,都是 300 升)。

10. (竖排)50 100 $\frac{1}{4}$ 12

11. (1)因为每天的平均用煤量 \times 使用天数=这批煤的总量(一定),所以使用天数和每天的平均用煤量成反比例。

(2)因为每组的人数 \times 组数=全班的人数(一定),所

以组数和每组的人数成反比例。

(3)因为圆柱的底面积 \times 高=圆柱体积(一定),所以圆柱的底面积和高成反比例。

(4)因为种黄瓜的面积与种西红柿的面积的和一定,而它们的积不一定,所以它们不成反比例。

(5)因为每包的册数 \times 包数=书的总册数(一定),所以包数和每包的册数成反比例。

12. (1)组装的手机总数= pt

(2)成反比例关系

(3) $500 \times 24 \div 8 = 1500$ (部)

答:每天组装 1500 部手机。

13. (1) $260 \times 5 = 1300$ (km)

(2)反比例关系 $tv = 1300$

(3) $1300 \div 325 = 4$ (时) 答:驶完全程需要 4 小时。

14. (1)斑马和长颈鹿的奔跑路程与奔跑时间都成正比例关系。

(2)提示:可以通过图象直接估计,先在横轴上找到 18 分钟的位置,再在两个图象中找到相应的点,然后分别在纵轴上找与这个点对应的数值;也可以通过计算找到,从图象中得知斑马 10 分钟跑 12km,则 1 分钟跑 1.2km,18 分钟跑 $1.2 \times 18 = 21.6$ (km),从图象中得知长颈鹿 5 分钟跑 4km,则 1 分钟跑 0.8km,18 分钟跑 $0.8 \times 18 = 14.4$ (km)。

(3)斑马跑得快。

15. (1)反 (2)正 (3)正

16. y 与 x 成反比例关系,图象不是一条直线。

教材第 53 页 做一做

$2\text{cm} : 5\text{mm} = 20\text{mm} : 5\text{mm} = 4 : 1$

答:这幅图的比例尺是 4 : 1。

教材第 54 页 做一做

图上距离 : 实际距离 = $1\text{cm} : 600\text{m} = 1 : 60000$,量得图中河西村与汽车站的距离是 3cm。

解:设河西村与汽车站两地的实际距离大约是 $x\text{cm}$ 。

$3 : x = 1 : 60000$ $x = 180000$

$180000\text{cm} = 1800\text{m}$

求两地的实际距离也可以根据线段比例尺,直接用 $600 \times 3 = 1800$ (m)。

答:两地的实际距离大约是 1800m。

教材第 55 页 做一做

提示:在图上画出长 4cm、宽 3cm 的长方形即可。

练习十

1. 0 300 km

2. $4\text{m} = 400\text{cm}$ $4 : 400 = 1 : 100$

答:这幅图纸的比例尺是 1 : 100。



3. (1)量得团结路的图上距离是 6cm。

$$6\text{cm}:18000\text{m}=6\text{cm}:1800000\text{cm}=1:300000$$

答:这幅图的比例尺是 1:300000。

$$(2)300000\text{cm}=3000\text{m}$$

线段比例尺:0 3000m

4. 量得七星瓢虫的长是 3cm。

$$3\text{cm}=30\text{mm} \quad 30\text{mm}:5\text{mm}=6:1$$

答:这幅图的比例尺是 6:1。

5. $3.4 \div \frac{1}{5000000} = 17000000(\text{cm})$

$$17000000\text{cm}=170\text{km}$$

答:上海到杭州的实际距离是 170km。

6. 提示:在一幅中国地图上任意选取两个城市,先量出这两个城市之间的图上距离,再根据比例尺算出这两个城市之间的实际距离。

7. $1900\text{km}=190000000\text{cm}$

$$190000000 \times \frac{1}{40000000} = 4.75(\text{cm})$$

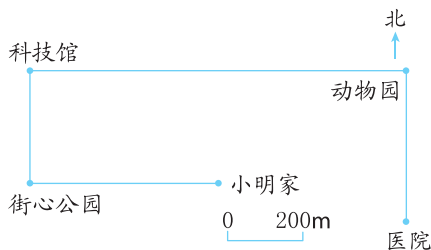
答:地图上两地之间的长度是 4.75cm。

8. 3.6cm 22.5cm 9000km

9. 提示:根据篮球场长和宽的实际长度及给定的比例尺,先求出长和宽的图上距离,再画平面图。注意在平面图中要注明比例尺。

10. 提示:先根据比例尺算出相应的长和宽,再画图。

11. 提示:根据给出的平面图的大小,先确定合适的比例尺(这里用图上 1cm 距离表示实际距离 200m 比较合适),再求出图上距离,最后画出平面图,并标出比例尺。



12. 提示:根据自己选择的地图解决此题。

教材第 60 页 做一做

提示:注意图形放大或缩小后的形状不变。

教材第 62 页 做一做

1. 解:设要用 x 元。

$$4:6=3:x \quad x=4.5$$

答:要用 4.5 元。

2. 解:设可以买 x 支。

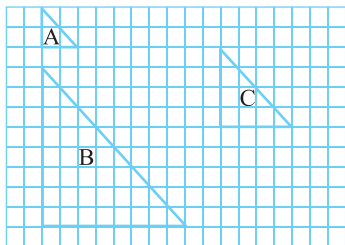
$$2x=4 \times 1.5 \quad x=3$$

答:可以买 3 支。

练习十一

1. 图形 D

2. (比例不唯一)



- (1)B 和 C (2)A 和 C

- (3)三角形 A 扩大到三角形 B 面积扩大到原来的 16 倍,面积与边长不是按相同的比变化的。

3. $1.5 \div 2.4 \times 4 = 2.5(\text{m})$ 答:这棵树高 2.5m。

4. 解:设运行 15 周要用 x 小时。

$$\frac{10.6}{6} = \frac{x}{15} \quad x=26.5 \quad \text{答:运行 15 周要用 26.5 小时。}$$

5. 解:设 x 天可以完成任务。

$$8x=6 \times 12 \quad x=9 \quad \text{答:9 天可以完成任务。}$$

6. 解:设从北京到长沙 x 小时能到。

$$11:30-9:00=2.5(\text{时})$$

$$700 \div 2.5 = 1600 : x \quad x \approx 5.7 \quad 5.7 < 6$$

答:从北京到长沙 6 小时能到。

7. 解:设全程需要 x 小时。

$$30:2=90:x \quad x=6 \quad \text{答:全程需要 6 小时。}$$

8. 解:设平均每天要读 x 页。

$$6x=30 \times 8 \quad x=40 \quad \text{答:平均每天要读 40 页。}$$

9. (1)解:设每小时应收割 x 公顷。

$$30x=0.3 \times 40 \quad x=0.4 \quad \text{答:每小时应收割 0.4 公顷。}$$

$$(2)0.3 \times 40 \times 8 = 96(\text{t}) \quad \text{答:这块地共产小麦 96t。}$$

(3)略

10. 解:设 x 小时能够返回原地。

$$90x=72 \times 10 \quad x=8 \quad \text{答:8 小时能够返回原地。}$$

11. (1)解:设一个月的零花钱够用 x 天。

$$6x=30 \times 10 \quad x=50 \quad \text{答:一个月的零花钱够用 50 天。}$$

(2)答案不唯一,如:一个月的零花钱够用多少天?

解:设一个月的零花钱够用 y 天。

$$15y=30 \times 10 \quad y=20 \quad \text{答:一个月的零花钱够用 20 天。}$$

12. 解:设需要 x 块。

$$0.5 \times 0.5x = 0.6 \times 0.6 \times 100 \quad x=144 \quad \text{答:需要 144 块。}$$

整理和复习

1. 两个数相除又叫做两个数的比;表示两个比相等的式子叫做比例。

联系:比例是由两个比值相等的比组成的。



区别:(1)意义不同,比是表示两个数相除的关系;而比例则是表示两个比相等的式子。(2)名称不同,比有两项,分别叫做前项和后项;而比例有四项,分别叫做内项和外项。(3)基本性质不同,比的基本性质是指比的前项和后项同时乘或除以一个相同的数(0除外),比值不变;而比例的基本性质是指在比例里,两个外项的积等于两个内项的积。

2. 依据比例的基本性质。

$$x = \frac{24}{5} \quad x = \frac{1}{12} \quad x = \frac{25}{4} \quad x = 8$$

3. (1)成反比例 (2)成正比例 (3)不成比例

4. (1)解:设甲乙两地相距 x km。

$$x : 3 = 100 : 2 \quad x = 150$$

答:甲乙两地相距 150 km。

$$(2) 3 \times 50 \div 60 = 2.5 (\text{时})$$

答:返回时用了 2.5 小时。

练习十二

1. (1)1 : 300000 (2)5 : 3 5 : 3 25 : 9 (3)135

2. (1)正比例 (2)反比例 (3)正比例 (4)正比例

3. 提示:先根据比例尺 1 : 2000000 求出甲、乙两个城市之间高速公路的实际距离,再求出在比例尺是 1 : 5000000 的地图上这条公路的图上距离。

解:设甲、乙两个城市之间高速公路的实际距离是 x cm。

$$1 : 2000000 = 5.5 : x \quad x = 11000000$$

解:设在比例尺是 1 : 5000000 的地图上,这条公路的图上距离是 y cm。

$$1 : 5000000 = y : 11000000 \quad y = 2.2$$

答:这条公路的图上距离是 2.2 cm。

4. (1) $150 \div 250 \times 180 = 108$ (元) 答:现价 108 元。

$$(2) 90 \times 4 \div (150 \div 250 \times 200) = 3 (\text{件})$$

答:能买 3 件。

$$(3) y = 60\% x$$

教材第 68 页 做一做

1. 如果每个鸽笼只飞进 1 只鸽子,最多能飞进 3 只鸽子,剩下的 2 只鸽子还要飞进鸽笼里,所以总有一个鸽笼至少飞进了 2 只鸽子。

2. 提示:把 4 种花色看成 4 个鸽巢,把 5 个同学抽出的牌看成分放的物体。

教材第 69 页 做一做

1. $11 \div 4 = 2$ (只)……3 (只),可知如果每个鸽笼飞进 2 只鸽子,还剩 3 只鸽子。剩下的 3 只鸽子也要飞进鸽笼里,因此总有一个鸽笼至少飞进了 $2 + 1 = 3$ (只)鸽子。

2. $5 \div 4 = 1$ (人)……1 (人),如果每人坐一把椅子,还有

一个人没得坐,他可以任意选择一把椅子来坐,因此总有一把椅子上至少坐 2 人。

教材第 70 页 做一做

1. “六年级里至少有两人在同一天过生日”的说法是正确的。因为如果一年当中每天都有一名学生过生日,则最多有 366 名(闰年 366 天)学生的生日都不在同一天,还剩下 1 名学生。剩下的 1 名学生的生日在哪一天,那一天就有两人过生日,所以六年级的 367 名学生里至少有两人在同一天过生日。

“六(2)班中至少有 5 人在同一个月过生日”的说法是正确的。因为 $49 \div 12 = 4$ (人)……1 (人),如果平均每个月都有 4 人过生日,还剩下 1 人。剩下的 1 人在哪个月过生日,那个月就有 $4 + 1 = 5$ (人)过生日,所以六(2)班中至少有 5 人在同一个月过生日。

2. 把红、黄、蓝、白四种颜色看作 4 个鸽巢,所以至少取 5 个球,就可以保证取到两个颜色相同的球。

练习十三

1. $13 \div 12 = 1$ (位)……1 (位)

如果 12 位老师的属相都不相同,还剩下一位老师的属相一定和其中某位老师的属相相同,所以至少有 2 个人的属相相同。

2. 因为 $41 \div 5 = 8$ (环)……1 (环),所以张叔叔至少有一镖不低于 $8 + 1 = 9$ (环)。

3. 把两种颜色看作两个鸽巢,把正方体的 6 个面看作要分放的物体。 $6 \div 2 = 3$ (个),所以不论怎么涂至少有 3 个面涂的颜色相同。

4. 每次最少拿出 4 根才能保证一定有 2 根同色的筷子。最少拿出 6 根才能保证有 2 双不同色的筷子。

5. 任意 3 个自然数,共有“奇奇奇”“奇奇偶”“奇偶偶”“偶偶偶”4 种情况。因为奇数+奇数=偶数,偶数+偶数=偶数,所以一定有两个数的和是偶数。

6. 给每个格子涂上红色或蓝色,发现无论怎么涂,至少有两列的涂法相同。

如果只涂两行,无论怎么涂,至少有三列的涂法相同。

教材第 73 页 做一做

略

练习十四

1. (1)49.7 或 $+49.7$ -52.3 (2) b a (3)70 30

2. (1)13.4 12.2 (2)1707.5 937.3 (3)略

3. 2 个十 2 个百分之一 2 个 $\frac{1}{3}$ 2 个百

4. $\frac{2}{5}$ 40% 0.75 75% 0.8 $\frac{4}{5}$

5. 数字 2、3、4、5 能组成 12 个没有重复数字的两位数。它们分别是 23、24、25、32、34、35、42、43、45、52、



53、54。

(1) 这些两位数中, 23、43、53、25、35、45 是奇数; 32、42、52、24、34、54 是偶数。

(2) 这些两位数中, 23、43、53 是质数; 24、25、32、34、35、42、45、52、54 是合数。

(3) 这些两位数中, 32、42、52、24、34、54 是 2 的倍数; 24、42、45、54 是 3 的倍数; 25、35、45 是 5 的倍数。

(4) 这些两位数中, 2 和 3 的公倍数是 24、42、54, 3 和 5 的公倍数是 45。

6. (1) × (2) × (3) × (4) × (5) ×

7. (1) 0.99999 1

(2) $\frac{1}{64}$ 0

8. $\frac{1}{2} < \frac{2}{3} < \frac{3}{4} < \frac{5}{6}$

发现: 分母与分子的差相等的真分数相比较, 分母越大, 这个分数就越大。根据这个规律比较 $\frac{17}{18}$ 与 $\frac{19}{20}$ 的大小, 因为 $18-17=1$, $20-19=1$, 且 $20>18$, 所以 $\frac{19}{20} > \frac{17}{18}$ 。

验证: $\frac{17}{18} = \frac{170}{180}$, $\frac{19}{20} = \frac{171}{180}$, 因为 $\frac{171}{180} > \frac{170}{180}$, 所以 $\frac{19}{20} > \frac{17}{18}$ 。

9. 46 个

提示: 用 8 和 10 的最小公倍数加 6。

教材第 76 页 做一做

69.09 38.5 4.918 157 $\frac{3}{10}$ $\frac{1}{20}$ $\frac{22}{9}$

需要注意四则混合运算的顺序。

教材第 77 页上面 做一做

$$\begin{aligned} & 4 \times \frac{2}{7} + 4 \times \frac{5}{7} & \frac{9}{7} - \frac{4}{9} - \frac{5}{9} \\ & = 4 \times \left(\frac{2}{7} + \frac{5}{7} \right) & = \frac{9}{7} - \left(\frac{4}{9} + \frac{5}{9} \right) \\ & = 4 \times 1 & = \frac{9}{7} - 1 \\ & = 4 & = \frac{2}{7} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5} \right) \times 45 \\ & = \frac{1}{3} \times 45 - \frac{1}{5} \times 45 \\ & = 15 - 9 \\ & = 6 \end{aligned}$$

教材第 77 页下面 做一做

$43+40+41+44+42 \approx 40 \times 5 = 200$ (人)

因为把 43、41、44、42 看成 40 计算时, 都把原数看小了,

所以这 5 个数的和的准确值要比近似值 200 大, 说明开会的人数比座位数多, 因此需要加椅子。

教材第 78 页 做一做

1. $(16.5-15) \div 15 = 10\%$

答: 第二季度的营业额比第一季度增长了 10%。

2. $11.25 \div 2.5 - 11.25 \div 3 = 0.75$ (km)

答: 实际比原计划每小时多走 0.75 km。

练习十五

1. 95 370 720 13 77.2 0.25 63 9 3 $\frac{13}{5}$

$\frac{1}{2}$ 2 10 0.59 0.2 4.2

2. 33.97 3.397 33970 3397 43 7.9 430 430

3. 600 1000 10000 9

4. $> < < > > > > <$

5. 59×101 $12.7 - 3.6 - 5.4$
 $= 59 \times (100 + 1)$ $= 12.7 - (3.6 + 5.4)$
 $= 5900 + 59$ $= 12.7 - 9$
 $= 5959$ $= 3.7$

$24 \times \left(\frac{1}{4} + \frac{5}{6} - \frac{7}{8} \right)$ $2.5 \div \frac{5}{8} \times \frac{7}{4}$

$= 6 + 20 - 21$ $= 4 \times \frac{7}{4}$
 $= 5$ $= 7$

$\frac{8}{9} \times \left[\frac{3}{4} - \left(\frac{7}{16} - \frac{1}{4} \right) \right]$ $12.5 \times 8 \div 12.5 \times 8$

$= \frac{8}{9} \times \left[1 - \frac{7}{16} \right]$ $= 12.5 \div 12.5 \times (8 \times 8)$

$= \frac{8}{9} \times \frac{9}{16}$ $= 1 \times 64$

$= \frac{1}{2}$ $= 64$

6. 80 880 8880 88880 规律略 888880 8888880
 88888880 888888880

7. $x y z$

8. $20 \times 28 \div 16 - 28 = 7$ (天)

答: 实际比计划多用 7 天。

9. $196 \times \frac{3}{7} \times \frac{3}{4} = 63$ (万人) $= 630000$ (人)

答: 第三季度接待游客 630000 人。

10. $4.0 \times 10 \div (4.0 \times 25\% + 4.0) = 8$ (L)

答: 现在能买 8 L。

11. 方法一: $560 \div 100 \times 8 = 44.8$ (L) $44.8 < 60$

方法二: $60 \div 8 \times 100 = 750$ (km) $750 > 560$

答: 能到达外公家。

12. (答案不唯一, 但要符合实际)

如果每分钟呼吸大约 18 次, 每分钟心跳大约 80 次。



呼吸次数: $18 \times 60 \times 24 \times 365 \times 80 = 756864000 \approx 7.6$ (亿次)

心跳次数: $80 \times 60 \times 24 \times 365 \times 80 = 3363840000 \approx 33.6$ (亿次)

(所提问题不唯一)

一个人每分钟眨眼大约 20 次。如果一个人的寿命是 80 岁,那么这个人一生大约眨眼多少次?

$20 \times 60 \times 24 \times 365 \times 80 = 840960000 \approx 8.4$ (亿次)

13. $17:24 - 11:06 = 6$ 小时 18 分

$2 + 2 + 2 + 3 + 2 + 6 = 17$ (分)

6 小时 18 分 $- 17$ 分 ≈ 6 小时

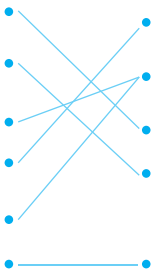
$1487 \div 6 \approx 248$ (千米/时)

答:这趟列车在行驶全程中的平均速度大约是 248 千米/时。

14. $1.80 + 0.6 = 2.4$ (m)

虽然 $2.6 > 2.4$,但是爸爸站在凳子上更换灯泡时需举起胳膊、伸出双手,因此爸爸能换成灯泡。

教材第 81 页上面 做一做



教材第 81 页下面 做一做

解:设小云踢了 x 下。

$$\frac{3}{4}x = 42 \quad x = 56$$

答:小云踢了 56 下。

练习十六

1. 买 9 个足球的钱 买 b 个篮球的钱

一个篮球比一个足球贵多少元

买 9 个足球和 b 个篮球所需的钱 753

2. (1) $(a - 2.5b)t$

(2) 75t

3. 600

4. (1)发现的规律:摆 1 个正方形需要 4 根小棒,以后每多摆 1 个正方形就增加 3 根小棒。 $3n + 1$ (2) 451

5. $x = \frac{7}{12}$ $x = 140$ $x = 1.2$ $x = 36$

6. $a - 1$ $a + 1$

7. $2n$ 表示偶数; $2n + 1$ 表示奇数。

8. $2975 \div 85\% = 3500$ (元)

答:这台电视机原价是 3500 元。

9. $(240 + 16) \div 2 = 128$ (棵)

答:栽了 128 棵丁香花。

10. $90 \div (1 - \frac{1}{3}) = 135$ (页)

答:这本科普书一共 135 页。

11. $(290 - 4) \div 26 = 11$ (亿立方米)

答:密云水库蓄水量是 11 亿立方米。

12. $150 \times 60\% = 90$ (元)

$(90 + 30) \div 150 = 80\% =$ 八折

答:八折或八折以上。

13. 第 1 问: 2 时 55 分 $- 2$ 时 45 分 $= 10$ 分

$65 \times 10 = 650$ (m)

$650 < 700$,因为小冬走不到电影院门口,所以 2:55 两人不能在电影院相遇。

第 2 问: $(650 + 700) \div (70 + 65) = 10$ (分)

第 3 问: $70 \times 10 - 650 = 50$ (m)

答:2:55 两人不能在电影院相遇,从出发到两人相遇用了 10 分钟,相遇地点距离电影院 50m。

14. 解:设蜘蛛有 x 只,则蚱蜢有 $(25 - x)$ 只。

$$8x + 6 \times (25 - x) = 170 \quad x = 10$$

蚱蜢: $25 - 10 = 15$ (只)

答:蜘蛛有 10 只,蚱蜢有 15 只。

练习十七

1. (1) $20 : 21$ (2) $1 : 1$ (3) $1 : 7$ (4) $5 : 3$

2. (1)不成比例 (2)成正比例 (3)成反比例
(4)成正比例 (5)成反比例 (6)成正比例

3. 氢: $5.4 \times \frac{1}{1+8} = 0.6$ (kg)

氧: $5.4 \times \frac{8}{1+8} = 4.8$ (kg)

答:5.4kg 水含氢 0.6kg,含氧 4.8kg。

4. $412 \times 6 \div 412 \times 302 = 1812$ (g)

答:302 块金牌需要黄金 1812g。

5. $430 \div (120 \div 1.5) = 5.375$ (时)

答:北京到济南全程需要 5.375 小时。

6. $1600\text{km} = 160000000\text{cm}$

$12 \div (20 \div 160000000) \div 100000 = 960$ (km)

答:甲、丙两地的实际距离是 960km。

7. 纵轴所表示的数据的意义不同。

教材第 86 页 做一做

发现:平行四边形的对边相等,对角也相等。

教材第 87 页 做一做

1. 无数条 一条

2. 3cm、4cm、5cm 3cm、4cm、6cm 3cm、5cm、6cm
4cm、5cm、6cm



3. 90° 理由略

4. 周长: $30+40+50=120(\text{m})$

面积: $30 \times 40 \div 2 = 600(\text{m}^2)$

周长: $6+7.5+10.5+6=30(\text{m})$

面积: $(6+10.5) \times 6 \div 2 = 49.5(\text{m}^2)$

周长: $5+3+5+3.14 \times 5 \div 2 + (5-3) = 22.85(\text{m})$

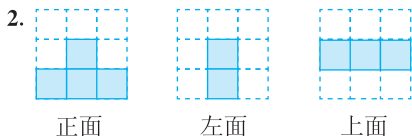
面积: $3 \times 5 + 3.14 \times (5 \div 2)^2 \div 2 = 24.8125(\text{m}^2)$

教材第 88 页 做一做

1. 方法 1: 在量杯中放些水, 把马铃薯完全浸入水中, 保证量杯中的水未溢出, 读出放入马铃薯前后量杯中水面的刻度, 算出差, 就是马铃薯的体积。

方法 2: 在长方体(或圆柱形)容器里放一些水, 并把马铃薯完全浸入水中, 保证量杯中的水未溢出, 再根据容器的底面积和放入马铃薯后水面升高的高度求出马铃薯的体积。

方法 3: 在任意容器中放满水, 将马铃薯完全浸入水中, 再用一个量杯接住溢出的水, 溢出的水的体积便是马铃薯的体积。



练习十八

1. (1) \times (2) \checkmark (3) \times

2. 千米 平方米 千克 升

3. 20cm^2 (合理即可)

4. 第一组中两个图形的面积相等, 周长不相等; 第二组中两个图形的周长相等, 面积不相等。

5. 能画无数个与给定的平行四边形面积相等的图形。
发现: 只要画出的图形是由 10 个小方格拼成的, 就与给定的平行四边形的面积相等。

6. $30 \div 2 = 15(\text{cm}^2)$

答: 三角形的面积是 15cm^2 。

7. 提示: 根据实际情况, 在长方形纸中先画半径是 1cm 的圆, 再用剪刀剪一剪, 看能剪多少个圆。

8. 画一条直线能把上面的每个图形分成面积相等的两部分, 每个图形都有无数种画法。

发现: 经过每个图形的中心点的任意一条直线都能把这个图形分成面积相等的两部分。

9. 左图是从左面看到的; 中图是从上面看到的; 右图是从正面看到的。

10. (1) F 面 (2) 可以是 E 面在上面, 也可以是 C 面在上面。(3) 至少要量出 3 条不同长度的边的长度。
例如, 测量 B 面的长、宽及 C 面的宽。

11. $(6 \div 2)^3 = 27(\text{个})$

$2 \times 2 \times 6 \times 27 - 6 \times 6 \times 6 = 432(\text{cm}^2)$

答: 可以得到 27 个小正方体, 它们的表面积之和比原来大正方体的表面积增加了 432cm^2 。

12. $10 \times 10 \times 10 \div \left[\frac{1}{3} \times 3.14 \times (20 \div 2)^2 \right] \approx 10(\text{cm})$

答: 这个圆锥形铁块的高约是 10cm 。

13. 可能有 9 箱或 10 箱。

14. $20 \times 20 \times 5 + 3.14 \times (20 \div 2)^2 + 3.14 \times 20 \times 20 \div 2 = 2942(\text{cm}^2)$

$20 \times 20 \times 20 + 3.14 \times (20 \div 2)^2 \times 20 \div 2 = 11140(\text{cm}^3)$

15. (1) 10 个 $5 \times 5 \times 5 \times 10 = 1250(\text{cm}^3)$

(2) 2 个 (3) 2 个 (4) 6 个

16. $3.14 \times 10 \times \frac{1}{4} = 7.85(\text{cm}^2)$

答: 涂色部分的面积是 7.85cm^2 。

17. 分析: 在围成的长方体的表面糊一层纸, 要让所用的纸最多, 就是让这个长方体的表面积最大。经尝试, 当围成长、宽、高相等的长方体, 即正方体时, 表面积最大, 所用的纸最多。

解答: $24 \div 12 = 2(\text{cm})$

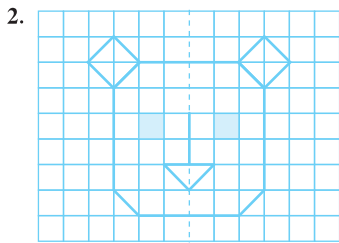
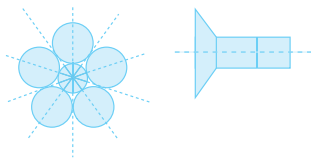
当围成一个棱长是 2cm 的正方体框架时, 在它的表面糊一层纸, 所用的纸最多。

教材第 92 页 做一做

把图 A 向右平移 5 格, 得到图 B; 把图 B 绕中心点逆时针旋转 90° , 再向右平移 5 格, 得到图 C(也可先平移, 再旋转); 把图 C 绕中心点逆时针旋转 90° , 再向右平移 5 格, 得到图 D(也可先平移, 再旋转)。

练习十九

1. 第 3、4 个图形是轴对称图形。



3. 提示: 运用对称、平移、旋转的知识来设计。

4. 相等, 因为这 4 个图形涂色部分的面积都等于一个大圆的面积减去一个中圆的面积, 再加上一个小圆的面积。

5. 提示: 平移、旋转后小旗子的大小和形状都不变。

6. 周长之比是 $1:2$; 面积之比是 $1:4$ 。



练习二十

- 提示:小梅和小方家离学校的图上距离分别为 1.5cm 和 2cm。
- (1)略 (2)(8,9) 北 东 18° 450
(3)北 东 60° 270 (4)(7,5) (5)(3,6)
- 提示:根据实际情况绘制路线示意图。

练习二十一

- (1)条形统计图 (2)折线统计图 (3)扇形统计图
- (1)该公司去年全年的生产量和销售量整体上都在不断地增长。
(2)生产量和销售量整体上不断增长,而且第四季度出现了销售量大于生产量的良好势头,由此可以作出预测:该公司的发展前景很好。
(3)(答案不唯一)该公司 11 月份和 12 月份一共生产了多少万台汽车? $1.9+2.0=3.9$ (万台)
答:该公司 11 月份和 12 月份一共生产了 3.9 万台汽车。
- (1)答案不唯一,合理即可,如 A 型血人数占全班的 28%,B 型血人数占全班的 24%,O 型血人数占全班的 40%,AB 型血人数占全班的 8%。
(2)A 型: $50 \times 28\% = 14$ (人) B 型: $50 \times 24\% = 12$ (人)
O 型: $50 \times 40\% = 20$ (人) AB 型: $50 \times 8\% = 4$ (人)
- (1)不合理,因为从进货量和销售量的差来看,尺码是 35、39、40 三种型号的鞋剩货有些多。
(2)建议下次进货时适当减少 35、39、40 三种型号鞋的进货数量。(答案不唯一,合理即可)
- $(9.8+9.7 \times 2+9.6 \times 4+9.5+9.4 \times 2+9.1) \div 11 \approx 9.55$ (分)
答:这组数据的平均数是 9.55 分。
(2) $(9.7 \times 2+9.6 \times 4+9.5+9.4 \times 2) \div 9 \approx 9.57$ (分)
有道理,因为平均数与一组数据中的每个数据都有关系,但它易受极端数据的影响,所以为了减少这种影响,在评分时常采取去掉一个最高分和一个最低分,再计算平均数的方法。



- 乙队获胜的可能性大一些。理由:虽然从两队的历史成绩上看,两队都是两胜一平两负,不相上下,让人觉得两队获胜的可能性各占 $\frac{1}{2}$,但是在最近的两场比赛中均是乙队获胜,说明乙队最近的状态好于甲队,由此可以预测乙队获胜的可能性大。
- 提示:注意需要调查的内容。
- 答案不唯一,如:65 岁以上的人口占比增加,0~14 岁人口占比减少,说明我国人口老龄化日趋严重。

教材第 100 页 做一做

(1)49 225 (2) n^2

教材第 101 页 做一做

王阿姨是教师,刘阿姨和李叔叔是工人,丁叔叔是军人。

练习二十二

- (1)41 66 (2)12 16 32
- (1)平行四边形 (2)15 根 (3) $(2n+1)$ 根
- $55 \div (1+2+3) = 9$ (组)……1(面),第 55 面彩旗是红色的。
 $100 \div (1+2+3) = 16$ (组)……4(面),第 100 面彩旗是绿色的。
- 540° 720°
(1)多边形的内角和 $= (\text{边数} - 2) \times 180^\circ$
(2) 1260° (3) $(n-2) \times 180^\circ$
- 提示:可以按取 1 枚、2 枚、3 枚、4 枚的顺序枚举,用这些邮票能付 50 分、80 分、100 分、130 分、160 分、180 分、210 分、260 分的邮资,共 8 种。
- 提示:其中任何一个人站在第一位都有 2 种站法,所以 4 个人一共有 8 种站法。
- 3 号:第 1 名 4 号:第 2 名 2 号:第 3 名 1 号:第 4 名
- 丙
- (1) $\bigcirc = 37$ $\square = 54$ $\triangle = 9$
(2) $\bigcirc = 2$ $\square = 10$ $\triangle = 22$
- (1)平角
(2)因为三角形的内角和是 180° ,所以 $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ - \angle 3$;因为 $\angle 3 + \angle 4 = 180^\circ$,所以 $\angle 4 = 180^\circ - \angle 3$,即 $\angle 1 + \angle 2 = \angle 4$ 。